MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ GIÁO DỤC TOÁN HỌC GẮN VỚI THỰC TIỄN

Nguyễn Danh Nam

Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên
Email: danhnam.nguyen@tnue.edu.vn

Article History
Received: 12/08/2020
Accepted: 31/08/2020
Published: 05/10/2020

Keywords
mathematics education, mathematization, modeling, realistic mathematics education.

ABSTRACT
Realistic mathematics education (RME) is a theory developed in 1968 in the Netherlands. Over nearly 50 years, realistic mathematics education has been developed by mathematics educators at Freudenthal Institute of the University of Utrecht and other Dutch research institutes. The paper mentions a number of research issues on realistic mathematics education, thereby proposing a number of RME principles, orienting the renovation of teaching and learning methods of mathematics. RME is an active approach in teaching mathematics according to the direction of the new general education program and contributes to connect mathematical knowledge in schools with real life as well as develop students' competencies.

1. Mở đầu

Giáo dục toán học gắn với thực tiễn (Realistic Mathematics Education, viết tắt là RME) là lí thuyết được phát triển bắt đầu từ Hà Lan vào năm 1968. Ý tưởng cơ bản của RME là dựa trên triết học về toán học và giáo dục toán học của Freudenthal. Trải qua khoảng 50 năm, RME được phát triển bởi các nhà giáo dục toán học thuộc Viện Freudenthal của Trường Đại học Utrecht và các viện nghiên cứu khác của Hà Lan. Hiện nay, khoảng 75% các trường học của Hà Lan sử dụng sách giáo khoa dựa trên triết lí RME. Chiến lược đánh giá hiệu quả của RME được phân tích và tiếp tục phát triển trong luận án tiến sĩ của Van den Heuvel năm 1996 (Van den Heuvel & Panhuizen, 1996). Ý tưởng này cũng được sử dụng trong chương trình sách giáo khoa phổ thông ở nhiều trường học của Hoa Kì với tên gọi "Toán học trong ngữ cảnh" - một trong những chuỗi sách giáo khoa liên hệ toán học với thực tiễn. Tư tưởng RME cũng được đưa vào chương trình dạy học Toán ở bậc đại học và tiếp tục được nghiên cứu bởi các tác giả như Rasmussen và King (2000), Ju và Kwon (2004), Kwon (2002).

Bài báo đề cập một số vấn đề nghiên cứu về giáo dục toán học gắn với thực tiễn, từ đó đề xuất một số nguyên tắc giáo dục toán học gắn với thực tiễn, định hướng cho việc đổi mới phương pháp dạy và học môn Toán.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Ý tưởng cơ bản của Freudenthal về RME

Freudenthal (1991) nhấn mạnh rằng, cần đưa những vấn đề của thực tiễn vào chương trình dạy học ở trường phổ thông. Sau khi phân tích sự khác nhau giữa toán học với các khoa học khác, ông đưa ra kết luận rằng toán học có thể được dạy và học theo nhiều cách khác nhau ở trường học, giúp gắn kết giữa kiến thức toán học với thực tiễn.

Theo Freudenthal (1991), có hai cách tiếp cận trong dạy học Toán: cách tiếp cận thứ nhất coi toán học như là *sản phẩm khoa học*, cách tiếp cận thứ hai coi toán học như *hoạt động của con người*. Freudenthal nhấn mạnh đến ý tưởng coi toán học là sản phẩm hoạt động của con người. Quan điểm này rất khác so với những kiến thức toán học được trình bày trong sách giáo khoa và trí tưởng tượng của con người. Sản phẩm của hoạt động toán học được hiểu không chỉ là những tiên đề, định lí, hệ quả mà còn là cách chứng minh, các lập luận toán học, định nghĩa, kí hiệu được lưu trong bộ não, suy nghĩ của con người.

Freudenthal coi toán học hóa (THH) là một đặc trưng cơ bản của hoạt động toán học. Ông phản đối dạy học Toán bằng cách đưa ra những sản phẩm khoa học của toán học (Freudenthal, 1973). Theo ông, toán học cần được dạy học như một hoạt động khám phá lại tri thức toán học. Học sinh cần được học toán bằng cách "phát minh" lại những tri thức toán học. Những tri thức này có thể không mới với các nhà toán học nhưng lại mới đối với học sinh. Freudenthal sử dụng cụm từ "phát minh lại tri thức có sự hướng dẫn" (guided reinvention) thay cho những cụm từ như "giải quyết vấn đề", "học tập khám phá",… Có hướng dẫn ở đây được hiểu là hướng dẫn của giáo viên và cả hướng dẫn của các bạn. Tuy nhiên, học sinh không chỉ khám phá theo đúng "quá trình phát minh của nhân loại" mà các em cần được tạo cơ hội để khám phá lại tri thức dưới sự hướng dẫn của giáo viên. Freudenthal nhấn mạnh đến quá trình "THH" mà ở đó, học sinh được xây dựng giả thuyết, kiểm chứng và đối chiếu bài toán với thực tiễn. Freudenthal (1983) cho rằng, tri thức toán học được công bố rất khác so với cách mà chúng được phát minh ra, cần giúp học sinh học cách khám phá tri thức theo đúng con đường mà tri thức được tạo ra. Ông cũng đưa ra khái niệm "hiện tượng học" và "dạy học dựa trên hiện tượng": *"Hiện tượng học là một khái niệm, cấu trúc, ý tưởng, phương tiện để mô tả toán học và mối quan hệ của nó với hiện tượng được tạo ra, trong đó có mô tả lại quá trình khám phá tri thức của nhân loại"* (Freudenthal, 1983). Gravemeijver (1994) cũng giải thích tại sao và như thế nào về "tình huống được tạo ra để cài đặt tri thức toán học cho học sinh khám phá lại" dựa trên lí thuyết về "hiện tượng học".

2.2. Khái niệm "Toán học hóa" và "Mô hình hóa" trong dạy học Toán ở trường phổ thông

2.2.1. Toán học hóa

Freudenthal coi THH là một hoạt động toán học. Ông giải thích rằng nguồn gốc của động từ "THH" là sự tương tự như các từ tiên đề hóa, công thức hóa, lược đồ hóa (Freudenthal, 1991). THH có liên quan đến việc tổng quát hóa, công thức hóa. Công thức hóa bao gồm mô hình hóa (MHH), biểu tượng hóa, lược đồ hóa và xác định, tổng quát hóa để hiểu vấn đề. De Lange (1987) định nghĩa THH là "một hoạt động có tổ chức và cấu trúc, ở đó kiến thức và kĩ năng được sử dụng để khám phá các mối quan hệ, cấu trúc, quy luật chưa biết". Theo De Lange (1987), THH theo chiều ngang liên quan đến việc chuyển vấn đề thực tiễn thành vấn đề toán học, còn THH theo chiều dọc là quá trình giải toán và chuyển từ bài toán thực tiễn thành bài toán "thuần túy". Theo Freudenthal (1991), THH theo chiều ngang là chuyển từ vấn đề thực tiễn đến bài toán thuần túy, còn THH theo chiều dọc là giải bài toán trong nội bộ toán học. Nói cách khác, nó là quá trình mô tả một vấn đề thực tiễn theo ngôn ngữ toán học để giải quyết vấn đề đó với công cụ toán học. Trong trường hợp này, THH là hoạt động chuyển đổi từ thế giới thực vào thế giới toán học (Gravemeijer, 1994). De Lange (1987) liệt kê các hoạt động trong quá trình THH theo chiều ngang như: xác định kiến thức toán học cụ thể trong ngữ cảnh chung; lược đồ hóa; lập công thức và phác thảo hình ảnh về vấn đề theo nhiều cách khác nhau; khám phá các mối quan hệ, quy luật; nhận ra các khía cạnh tương tự trong những ngữ cảnh khác nhau; chuyển vấn đề thực tiễn thành bài toán; chuyển vấn đề thực tiễn thành mô hình toán học đã biết. Ông cũng đề cập một số hoạt động chứa các thành phần của THH theo chiều dọc như: biểu diễn mối quan hệ theo công thức; cung cấp các quy luật; chỉnh sửa và điều chỉnh mô hình; sử dụng các mô hình khác nhau; kết nối và tích hợp các mô hình; công thức hóa khái niệm toán học mới; tổng quát hóa/khái quát hóa. Toán học theo chiều dọc là quá trình xảy ra trong lĩnh vực toán học. Thông qua quá trình này, học sinh đạt được một trình độ toán học cao hơn. Như vậy, theo quan điểm này, quá trình THH xảy ra không chỉ để giải quyết một vấn đề thực tiễn mà còn giải quyết một vấn đề toán học nhằm khám phá các cấu trúc toán học. Các tình huống thực tiễn chỉ đóng vai trò là môi trường tạo động cơ hoặc minh họa cho sự xuất hiện các kiến thức toán học.

Freudenthal quan niệm rằng: "toán học có quan hệ mật thiết với thực tiễn" và "toán học là kết quả hoạt động của con người" (Freudenthal, 1991). Vì vậy, học toán không phải là tiếp nhận kiến thức có sẵn mà là quá trình thiết lập và giải quyết vấn đề từ thực tiễn hay trong nội tại toán học để xây dựng kiến thức mới, ông gọi quá trình đó là THH. Sau đó, Treffers đã trình bày khái niệm này rõ ràng hơn bằng cách phân biệt hai hình thức khác nhau của THH trong bối cảnh giáo dục (Treffers, 1987).

2.2.2. Mô hình hóa

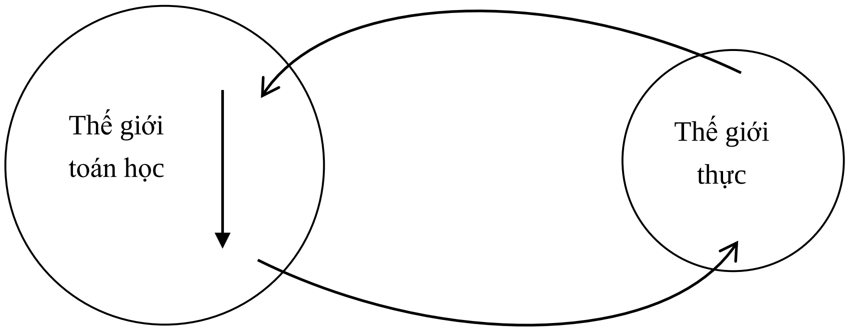
Toán học luôn chiếm thời lượng lớn trong chương trình giáo dục toán học ở hầu hết các nước trên thế giới vì vai trò và lợi ích của toán học trong thực tiễn. Kiến thức toán học được sử dụng ở nhiều môn học khác nhau như: Vật lí, Hóa học, Sinh học, Địa lí, Kĩ thuật,…, trong công việc và cuộc sống hàng ngày của mỗi người. Theo Blum và Niss (1991), bên cạnh việc cung cấp cho học sinh những kiến thức và kĩ năng liên quan đến toán học như: khái niệm, định lí, công thức, quy tắc, dạy học Toán cần giúp các em phát triển khả năng kết nối kiến thức, kĩ năng để giải quyết những tình huống thực tiễn. Khi sử dụng toán học để giải quyết vấn đề, tình huống thực tiễn thì mô hình toán học và quá trình MHH toán học là những công cụ cần thiết.

Khái niệm MHH trong giáo dục toán học chính thức xuất hiện đầu tiên tại Hội nghị của Freudenthal năm 1968. Tại đây, các nhà giáo dục đã đưa ra nhiều vấn đề liên quan đến MHH (Siller và cộng sự, 2010). Tại sao nhiều học sinh không thể sử dụng kiến thức toán đã học để giải quyết các vấn đề thực tiễn mặc dù đạt được kết quả xuất sắc về môn học này? Dạy học Toán cần tiến hành sao cho học sinh có thể áp dụng kiến thức vào những tình huống đơn giản trong cuộc sống. MHH toán học ở nhà trường ngày càng được thúc đẩy trong những thập kỉ gần đây nhằm đáp ứng mục tiêu tăng cường giáo dục toán học theo hướng gắn với thực tiễn, được đặt ra bởi nhiều quan điểm giáo dục từ giữa thế kỉ XX đến nay. MHH toán học có vai trò sau đối với học sinh trong dạy học Toán: (1) Cho phép học sinh nắm được mối liên hệ giữa toán học với cuộc sống, môi trường xung quanh và các môn khoa học khác, giúp việc học toán trở nên có ý nghĩa hơn; (2) Trang bị cho học sinh khả năng sử dụng toán học như một công cụ để giải quyết vấn đề, xuất hiện trong những tình huống ngoài toán học, từ đó giúp các em thấy được tính hữu ích của toán học trong thực tiễn; (3) Các nội dung toán học có thể được hình thành, củng cố bởi các MHH phù hợp, giúp học sinh hiểu sâu, nhớ lâu kiến thức hoặc có thái độ tích cực đối với quá trình học tập môn Toán, tạo động cơ, thúc đẩy việc học Toán; (4) Là một phương tiện phù hợp để phát triển các năng lực toán học của học sinh như: suy luận, khám phá, sáng tạo và giải quyết vấn đề.

Có nhiều định nghĩa và mô tả về khái niệm MHH toán học được các tác giả đưa ra trong lĩnh vực giáo dục toán học, tùy thuộc vào quan điểm lí thuyết mà mỗi tác giả lựa chọn. Theo Edwards và Hamson (2001): *"MHH toán học là quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tiễn sang một vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận".* Cụ thể hơn, MHH toán học là toàn bộ quá trình chuyển đổi vấn đề thực tiễn sang vấn đề toán học và ngược lại, cùng với các vấn đề liên quan đến quá trình đó, từ bước xây dựng lại tình huống thực tiễn, lựa chọn một mô hình toán phù hợp, giải thích, đánh giá kết quả liên quan đến tình huống thực tiễn và đôi khi cần điều chỉnh các mô hình, lặp lại quá trình nhiều lần cho đến khi có được một kết quả hợp lí. Tuy nhiên, hiểu một cách ngắn gọn thì MHH toán học là quá trình giải quyết những vấn đề thực tiễn bằng công cụ toán học. Dựa vào định nghĩa cho thấy, MHH toán học là một hoạt động phức tạp, bao gồm sự chuyển đổi giữa toán học và thực tiễn theo cả hai chiều. Vì vậy, đòi hỏi học sinh cần có những năng lực khác nhau trong các lĩnh vực toán học, cũng như có kiến thức liên quan đến các tình huống thực tiễn.

Tùy thuộc vào cách tiếp cận, mức độ phức tạp của tình huống thực tiễn, hoặc mục đích nghiên cứu,… mà chúng ta có những sơ đồ khác nhau để chỉ ra bản chất của quá trình MHH, tất cả sơ đồ đều nhằm minh họa các bước chính trong một quá trình lặp, bắt đầu với một tình huống thực tiễn và kết thúc với việc đưa ra lời giải hoặc lặp lại quá trình đó để đạt được kết quả tốt hơn. Các sơ đồ của quá trình MHH phục vụ nhiều mục đích trong dạy học và nghiên cứu. Theo Stillman và cộng sự (2010): *"Mô tả tóm tắt quá trình MHH nhằm cung cấp cho người học các bước hướng dẫn khi đứng trước một nhiệm vụ cũng như gặp khó khăn trong quá trình giải quyết một tình huống thực tiễn; cung cấp một công cụ giúp giáo viên lên kế hoạch dạy học MHH và dự kiến những can thiệp, hỗ trợ khi sử dụng các tình huống thực tiễn trong dạy học; hướng dẫn học sinh cách quan sát và phân tích trong nghiên cứu về quá trình MHH để xác định những giai đoạn nào được thực hiện, hoạt động nhận thức nào xảy ra, khó khăn nào các em gặp phải trong hoạt động MHH".*

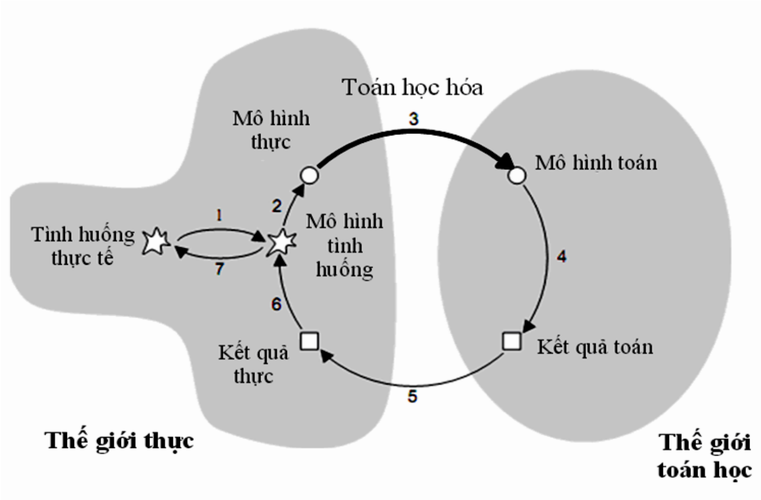
Sơ đồ quá trình MHH của Pollak (1979) là một trong những sơ đồ đầu tiên, biểu diễn sự chuyển đổi giữa toán học và thực tiễn theo cả hai chiều khi thực hiện MHH (xem *sơ đồ 1*):



Sơ đồ 1. Sơ đồ quá trình MHH của Pollak

Sơ đồ trên cho thấy, từ một mô hình trong thực tiễn, người MHH thực hiện "phiên dịch" sang ngôn ngữ toán học hoặc tạo ra một mô hình toán học, sau đó giải bài toán, áp dụng kết quả đối với tình huống ban đầu. Chiều của các mũi tên biểu diễn một vòng lặp, cho phép đi quanh sơ đồ giữa thế giới thực và thế giới toán học nhiều lần.

Những sơ đồ phát triển sau đó đã cung cấp hình ảnh chi tiết hơn về quá trình MHH. Phần lớn sự phát triển này tập trung vào khám phá các giai đoạn tồn tại trong quá trình, điển hình là sơ đồ của Blum và Leiß (2006) gồm 7 bước để mô tả quá trình giải quyết một nhiệm vụ MHH. Sơ đồ này được coi là cơ sở cho phần lớn các hoạt động MHH và các phiên bản khác (Siller và cộng sự, 2010). Điểm khác biệt của sơ đồ này là sự tách biệt giữa mô hình tình huống với tình huống thực tiễn và mô hình thực, bởi Blum cho rằng đây là một giai đoạn quan trọng của quá trình MHH mà mỗi học sinh đều phải trải qua. Cụ thể (xem *sơ đồ 2*, trang bên):



Sơ đồ 2. Sơ đồ quá trình MHH của Blum và Leiß

Bước 1: Hiểu tình huống thực tiễn đã cho, xây dựng một mô hình cho tình huống đó.
Bước 2: Đơn giản hóa tình huống và đưa vào các biến phù hợp để được mô hình thực của tình huống.
Bước 3: Chuyển từ mô hình thực sang mô hình toán.
Bước 4: Làm việc trong môi trường toán học để thu được kết quả.
Bước 5: Thể hiện kết quả trong ngữ cảnh thực tiễn.
Bước 6: Xem xét tính phù hợp của kết quả hay phải thực hiện quá trình lần 2.
Bước 7: Trình bày cách giải quyết.

MHH và *áp dụng toán học* là hai hoạt động quan trọng trong dạy học Toán, cả hai thuật ngữ này đều được sử dụng để biểu thị các mối quan hệ giữa thế giới thực và thực tiễn. Tuy nhiên, MHH có xu hướng tập trung vào chiều "từ thực tiễn đến toán học". MHH nhấn mạnh đến các quá trình chuyển đổi: xuất phát từ tình huống thực tiễn, tìm kiếm kiến thức toán học để giải quyết, sau đó trở lại xem xét tính hữu ích của mô hình toán học đã sử dụng để mô tả và phân tích tình huống thực tiễn. Có nhiều công cụ toán học khác nhau đối với mỗi tình huống, phụ thuộc vào cách phân tích tình huống đó. Vì vậy, với một nhiệm vụ MHH, cần trả lời được câu hỏi là kiến thức toán học nào phù hợp để giải quyết. Còn ứng dụng toán học có xu hướng tập trung vào chiều "từ toán học đến thực tiễn". Toán học là một cầu nối hữu ích để đi đến các hoạt động MHH. Ngược lại, nhấn mạnh đến các đối tượng thực tiễn tương ứng với các mô hình toán học đã tồn tại, nghĩa là từ một chủ đề toán cụ thể, chỉ ra các lĩnh vực thực hành khác sử dụng nội dung toán học. Một nhiệm vụ vận dụng toán học thường đặt ra câu hỏi: Chúng ta có thể sử dụng kiến thức toán học này ở đâu trong thực tiễn?

2.3. Các cách tiếp cận RME trong giáo dục toán học

Xu hướng đưa MHH vào chương trình, sách giáo khoa với các mức độ khác nhau ngày càng gia tăng. Chẳng hạn, ở Đức, Pháp, Hà Lan, Úc, Hoa Kì, Thụy Sĩ, MHH là một trong những năng lực bắt buộc của chuẩn giáo dục quốc gia về môn Toán (Blum và cộng sự, 2007). Ở Singapore, MHH được đưa vào chương trình môn Toán năm 2003 với mục đích nhấn mạnh tầm quan trọng của MHH trong quá trình dạy học Toán, đáp ứng những yêu cầu của thế kỉ XXI. Trong nghiên cứu giáo dục toán học về lĩnh vực MHH, có rất nhiều hướng tiếp cận, bắt nguồn từ các quan điểm lí thuyết, mục đích khác nhau và đặc trưng cho các khía cạnh khác nhau của MHH (Kaiser and Sriraman, 2006). Các quan điểm này có những nét riêng và phát triển trong các môi trường nghiên cứu khác nhau, tuy nhiên giữa chúng vẫn có những phần giống nhau và rất khó để phân biệt.

- *Quan điểm nhận thức luận* cho rằng, sự phát triển của lí thuyết toán học là một bộ phận của quá trình MHH, thể hiện qua bộ ba: *Tình huống - Mô hình - Lí thuyết*, nghĩa là các mô hình được xây dựng từ tình huống thực tiễn và đi đến sự phát triển của một lí thuyết toán, thông qua thúc đẩy kết nối giữa hoạt động MHH và hoạt động toán học. Freudenthal có thể coi là người đi đầu theo hướng tiếp cận này, sau đó được phát triển bởi Stainer, Revuzm Garcia, Bosh.

- *Quan điểm thực tế* chú trọng đến khả năng người học áp dụng toán học vào giải quyết những vấn đề thực tiễn, giúp họ hiểu về thế giới thực và thúc đẩy các năng lực MHH. MHH là một quá trình hoàn chỉnh, với mục đích giải quyết một vấn đề thực tiễn chứ không phải để phát triển một lí thuyết mới như quan điểm nhận thức luận. Các nhà giáo dục toán học tiêu biểu cho tiếp cận này là Pollak, Burkhardt, Kaiser và Schwarz.
- *Quan điểm giáo dục* chú trọng tích hợp MHH vào dạy học Toán, thông qua các ví dụ thực tiễn và mối quan hệ của chúng đối với toán học để xây dựng, hiểu các khái niệm và thúc đẩy quá trình học tập môn Toán; chú trọng đến các bước của quá trình MHH, phát triển các năng lực MHH.
- *Quan điểm phản ánh* nhấn mạnh vai trò, chức năng của toán học nói chung, của MHH toán học nói riêng đối với sự phát triển của tư duy phê phán của người học trước những tình huống trong cuộc sống, chẳng hạn như D'Ambrosio, Araujo, Barbosa.
- *Quan điểm ngữ cảnh* phát triển các hoạt động học tập, cho phép học sinh hiểu được ý nghĩa của toán học thông qua các tình huống thực tiễn thường gặp trong cuộc sống hàng ngày, được MHH. Tiêu biểu cho quan điểm nghiên cứu này là Lesh và Doerr.
- *Quan điểm nhận thức* là một cách tiếp cận mới về MHH, thông qua việc phân tích các quá trình MHH và các kiểu tình huống khác nhau để nắm được quá trình nhận thức, xây dựng lại quá trình MHH của mỗi cá nhân, nhận ra những rào cản, khó khăn của học sinh liên quan đến MHH. Các nhà nghiên cứu có quan điểm này là Blum, Leiß, Ferri và Carreira.

Khái niệm RME được Treffers (1987) sử dụng tiêu chuẩn THH theo chiều ngang và chiều dọc, với 04 cách tiếp cận khác nhau trong giáo dục toán học, đó là: cơ học, cấu trúc, thực nghiệm và thực tiễn (Treffers, 1987). De Lange (1987) mô tả về cách tiếp cận "cơ học" trong toán học là một hệ thống các quy tắc, các quy tắc này sẽ cung cấp cho học sinh, được các em xác minh và áp dụng vào giải quyết những vấn đề tương tự. Với cách tiếp cận này, quá trình THH theo chiều ngang và chiều dọc đều không được chú trọng (De Lange, 1987). Cách tiếp cận "cấu trúc" coi toán học như một hệ thống có tổ chức, sắp xếp và suy diễn có tính đóng. Vì vậy, cách tiếp cận "cấu trúc" nhấn mạnh đến cấu trúc toán học trong chương trình môn Toán ở phổ thông. Vào những thập niên 60 và 70 trong thế kỉ XX, cách tiếp cận này (gọi là toán học mới) đã ảnh hưởng rộng rãi trong giáo dục toán học. Theo đó, THH theo chiều dọc được nhấn mạnh, tuy nhiên THH theo chiều ngang không được chú trọng. Freudenthal (1991) cung cấp cho học sinh những thông tin xung quanh cuộc sống, các em có cơ hội được sử dụng kinh nghiệm của mình khi giải quyết vấn đề. Tuy nhiên, học sinh không được học kiến thức toán một cách hệ thống để vượt qua những chướng ngại về môi trường và mở rộng kiến thức thực tiễn mà các em đã trải nghiệm. Theo cách tiếp cận này, THH theo chiều ngang được nhấn mạnh nhưng THH theo chiều dọc không được thể hiện rõ; ngược lại, cách tiếp cận thực tiễn đáp ứng đầy đủ cả THH theo chiều ngang và chiều dọc.

2.4. Một số nguyên tắc của RME

Trong bài báo này, chúng tôi đề cập 05 nguyên tắc của RME, đó là: *sử dụng ngữ cảnh, sử dụng mô hình, sử dụng sản phẩm tự xây dựng của học sinh, nguyên tắc tương tác* và *lồng ghép trong học tập*. Những nguyên tắc này được kết nối bởi các cấp độ khác nhau của tư duy.

Nguyên tắc 1 (sử dụng ngữ cảnh): Borasi định nghĩa ngữ cảnh là một tình huống mà vấn đề được cài đặt vào đó (Van den Heuvel and Panhuizen, 1996). Trong sách giáo khoa truyền thống, hầu hết các vấn đề được trình bày mà không chứa ngữ cảnh và ngữ cảnh "xuất hiện chỉ thông qua giới thiệu tóm lược hoặc phần kết của vấn đề". Học sinh sử dụng sách giáo khoa thường rất khó để giải quyết vấn đề khi các em gặp phải một ngữ cảnh thực tế, bởi các em phải chuyển được vấn đề sang bài toán không có ngữ cảnh hay bài toán thuần túy để giải. Theo Gravemeijer và Doorman (1999) thì vấn đề ngữ cảnh là tình huống mà ở đó, học sinh được trải nghiệm, nó không chỉ là những nội dung thực tiễn mà còn chứa những bài toán "thuần túy". Phương pháp truyền thống thường tiếp cận bằng cách đưa ra những bài toán cụ thể, giải bài toán bằng công cụ toán học và bài toán tiếp theo được đưa ra như một ứng dụng của nó. Trong khi đó, theo cách tiếp cận của RME thì ngữ cảnh được đưa vào ngay từ đầu của bài toán (Gravemeijer and Doorman, 1999). De Lange (1987) đề cập đến 03 cấp độ sử dụng ngữ cảnh: cấp độ 1 là những tình huống thường gặp trong sách giáo khoa, có sự chuyển dịch đơn giản từ vấn đề thực tiễn đến bài toán thuần túy; cấp độ 2 là sử dụng để tìm kiếm những tri thức toán học phù hợp, tổ chức và cấu trúc để giải quyết các vấn đề thực tiễn; cấp độ 3 là sử dụng để giới thiệu và phát triển một mô hình hoặc khái niệm toán học. Ngữ cảnh có vai trò trong tổ chức dạy học

Toán như: - Tạo động cơ cho học sinh khám phá tri thức mới; - Cung cấp cho học sinh cơ hội để áp dụng toán học; - Gợi ý chiến lược giải toán; - Cung cấp cơ sở cho sự thông hiểu toán học.

Nguyên tắc 2 (sử dụng mô hình): Mô hình theo xác định của Freudenthal khác với mô hình toán học. Streefland (1991) phát triển ý tưởng trong ngữ cảnh để kiến tạo khái niệm "mô hình của" và "mô hình cho" năm 1985. Theo Streefland (1991): *"Một mô hình được tạo thành và phát triển từ một tình huống thực tiễn có liên hệ mật thiết với vấn đề gọi là "mô hình của" (tình huống cụ thể), sau đó mô hình được phát triển và khái quát hóa độc lập với với vấn đề gọi là "mô hình cho" (không chỉ tình huống ban đầu mà còn là những tình huống khác). Từ đó, học sinh hình thành tri thức toán học"*.

Nguyên tắc 3 (sản phẩm của học sinh): Học sinh được khuyến khích khám phá lại kiến thức toán học bằng chính con đường của mình.

Nguyên tắc 4 (tương tác): Tương tác trong RME được nhấn mạnh, tuy nhiên không vì thế mà bỏ qua hoạt động cá nhân.

Nguyên tắc 5 (lồng ghép): Mạch kiến thức toán học được lồng ghép với nhau như đại số, lượng giác, hình học giải tích, giải tích, dãy số,… Freudenthal (1991) gợi ý một số ví dụ về sự kết nối này như tỉ số và phân số, hàm số, đồ thị và phương trình, số âm, vectơ trong hình học và đại số, hàm số và đồ thị hàm tuyến tính, hình học phẳng và hình học không gian. Van den Heuvel và Panhuizen (2001) giải thích mối quan hệ giữa các kiến thức toán học trong một chương và các chương khác nhau trong sách giáo khoa, từ đó đánh giá thấp việc cần thiết phải khai thác những kiến thức toán học khác nhau để giải các bài toán. Bên cạnh đó, Freudenthal cũng đề cập mối quan hệ chặt chẽ giữa toán học với các môn học khác như Vật lí, Hóa học và Sinh học.

3. Kết luận

Có nhiều nghiên cứu khác nhau về RME của các nhà giáo dục toán học trên thế giới sau những ý tưởng cơ bản của Freudenthal. RME đã được áp dụng trong dạy học Toán học ở trường phổ thông của nhiều nước trên thế giới. Bài báo cũng làm rõ sự khác biệt giữa hai khái niệm "THH" và "MHH", quy trình vận dụng chúng trong tổ chức các hoạt động toán học, tùy theo ngữ cảnh của bài toán, chúng ta có thể sử dụng khái niệm nào cho phù hợp. Đặc biệt, MHH cũng đã được nhấn mạnh trong chương trình môn Toán của Việt Nam nhằm phát triển năng lực MHH cho học sinh. Tóm lại, giáo dục toán học gắn với thực tiễn là một cách tiếp cận tích cực trong dạy học môn Toán theo định hướng của chương trình giáo dục phổ thông mới và góp phần gắn kiến thức toán học trong nhà trường với thực tiễn.

Lời cảm ơn: *Tác giả trân trọng cảm ơn Quỹ phát triển Khoa học và Công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) đã tài trợ cho nghiên cứu này, trong khuôn khổ đề tài "Giáo dục toán học gắn với thực tiễn ở Việt Nam - Nhu cầu và thách thức", mã số: 503.01-2019.301.*

Tài liệu tham khảo

Blum, W., Leiß, D. (2006). *How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example "Sugarloaf". In Haines, C. Galbraith P., Blum, W. and Khan, S. (2006)*. Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics. Chichester: Horwood Publishing, 222-231.

Blum, W., & Niss, M. (1991). *Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects - State Trends and Issues in Mathematics Instruction*. Educational Studies in Mathematics, 22, 37-68.

Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H-W. & Niss, M. (2007) (Eds.). *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI-study 14. New York: Springer-Verlag, 45-56.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.

De Lange, J. (1987). *Mathematics, insight and meaning*. OW&OC. Utrecht University, Utrecht, The Netherlands.

Edwards, D., & Hamson, M. (2001). *Guide to mathematical modelling*. Basingstoke: Palgrave.

Ernest, P. (1994). *Constructing mathematical knowledge: Epistemology and mathematics education*. London: Falmer Press.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Riedel Publishing Company, Dordrecht, The Netherlands.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing realistic mathematics education.* CD-ß Press, Freudenthal Institute, Utrecht, The Netherlands.

Gravemeijer & Terwel (2000). *Hans Freudenthal a mathematician on didactics and curriculum theory.* Journal of Curriculum Studies, 32(6), 777-796.

Ju, M.K., & Kwon, O.N. (2004). *Analysis of students' use of metaphor: the case of an RME-based differential equations course.* Journal of the Korea Society of Mathematical Education, 22 8(1), 19-30.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). *A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education*. ZDM, 38(3), 302-310.

Kwon, O.N. (2002). *The effects of calculator-based ranger activities on students' graphing ability*. School Science & Mathematics, 102(2), 5-15.

Pollak, H. (1979). *The interaction between mathematics and other school subjects*. In UNESCO (Eds.), New Trends in Mathematics Teaching IV, (pp. 232-248). Paris.

Rasmussen, C. & King, K. (2000). *Locating starting points in differential equations: A realistic mathematics approach*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31, 161-172.

Stillman, G., Brown, J., & Galbraith, P. (Eds.) (2010*). Applications and mathematical modelling in mathematics learning and teaching. Special issue.* Mathematics Education Research Journal, 22(2).

Streefland, L. (1991). *Fraction in realistic mathematics education, a paradigm of development research.* Dordrect: Kluwer Academic Publisher.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics education.* Dordrecht, Reidel.

Van den Heuvel & Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht: CD-b Press/Freudenthal Institute, Utrecht University.

Van den Heuvel & Panhuizen, M. (2001). *Realistic Mathematics Education in the Netherlands.* In J. Anghileri (ed.), Principles and Practices in Arithmetic Teaching. Innovative Approaches for the Primary Classroom, Open University Press, Buckingham, United Kingdom, 49-63.

Van den Heuvel & Panhuizen, M. (2003). *The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage.* Educational Studies in Mathematics, 54, 9-35.