Mục lục

PHẦN 1: LÝ THUYẾT XÁC SUẤT

CHƯƠNG 1. BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN VÀ XÁC SUẤT

CÂU HỎI THẢO LUẬN

1.1. Giải tích tổ hợp:

Câu 1. Hãy tính $P_3; A_5^3; \overline{A_5^3}; C_5^3; \overline{C_5^3}$ rồi so sánh kết quả.

Câu 2. Áp dụng để tính:

i) Có bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

ii) Có bao nhiêu số có 3 chữ số gồm toàn số chẵn? Trong đó có bao nhiêu số phân biệt?

iii) Có bao nhiêu số có 3 chữ số gồm toàn số lẻ? Trong đó có bao nhiêu số phân biệt?

Câu 3. Có 2 nhóm sinh viên, nhóm thứ nhất gồm 10 sinh viên nam, nhóm thứ hai gồm 8 sinh viên nữ. Chọn mỗi nhóm một người để thành lập một cặp bạn nhảy. Hỏi có thể chọn được bao nhiêu cặp nhẩy?

Câu 4. Có bao nhiêu cách chọn 5 quân bài từ một cỗ bài tú lơ khơ gồm 52 quân? Một bộ bài được gọi là "Hoàng gia" nếu gồm 5 quân A, K, Q, J và quân 10 của cùng một chất. Có bao nhiêu cách chọn được một bộ bài "Hoàng gia"?

Câu 5. Một số điện thoại gồm 6 chữ số. Giả sử ta ta chọ số điện thoại một cách ngẫu nhiên. Có bao nhiêu cách chọn để có một số điện thoại gồm:

i) Chữ số 8 đầu tiên và 6 chữ số khác nhau.

ii) Chữ số 8 đầu tiên và số điện thoại là một số chẵn.

iii) Chữ số 8 đầu tiên và 5 chữ số còn lại khác nhau, chữ số cuối cùng là số chẵn.

iv) Chữ số 8 đầu tiên, chữ số 0 cuối cùng và 4 chữ số ở giữa trùng với năm sinh của chủ hộ.

v) Chữ số 8 đầu tiên và 5 chữ số còn lại là một số đối xứng.

1.2. Phép thử và biến cố

Câu 1. Gieo 2 con xúc xắc. Hãy viết không gian mẫu và tập con của không gian mẫu định nghĩa các biến cố sau:

i) Tổng số chấm xuất hiện là 2.

ii) Tổng số chấm xuất hiện là 6 .

iii) Tổng số chấm xuất hiện ít nhất là 10.

iv) Xuất hiện ít nhất một mặt có 6 chấm.

Câu 2. Có 10 viên bi được đánh số từ 1 đến 10, trong đó có 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Rút ngẫu nhiên một viên bi. Hãy xác định các biến cố sơ cấp?

Câu 3. Hai người cùng bắn, mỗi người bắn một viên đạn vào bia. Gọi các biến cố A_i là các biến cố "Người thứ I bắn trúng bia" (i = 1; 2). Hãy viết các biến cố sau qua A_i:

i) Chỉ có người thứ nhất bắn trúng.

ii) Có một người bắn trúng.

iii) Có ít nhất một người bắn trúng.

iv) Cả hai người cùng bắn trúng.

v) Không có ai bắn trúng.

vi) Viết hệ đầy đủ các biến cố.

Câu 4. Cho A, B, C là ba biến cố bất kì. Hãy dùng các khái niệm tổng, tích, biến cố đối lập để mô tả các biến cố sau:

i) Cả ba biến cố đều không xuất hiện.

ii) Cả ba biến cố đều xuất hiện.

iii) Có ít nhất một biến cố đều xuất hiện.

iv) Chỉ có biến cố A xuất hiện.

v) Chỉ có biến cố A và B xuất hiện.

vi) Có đúng một biến cố xuất hiện.

vii) Nhiều nhất hai biến cố xuất hiện.

viii) Có đúng hai biến cố xuất hiện.

ix) Viết hệ đầy đủ các biến cố.

1.3. Các định nghĩa về xác suất

A. Câu hỏi lý thuyết

Câu 1. Tung hai con xúc xắc, gọi A là biến cố "Chỉ một con xuất hiện mặt 6 chấm", B là biến cố "Cả hai con xuất hiện mặt 6 chấm"

i) A và B có là hệ đầy đủ không, tại sao?.

ii) Tìm số biến cố sơ cấp đồng khả năng của phép thử?

iii) Tìm xác suất của biến cố D: "Chỉ có một con xuất hiện mặt một chấm".

iv) Tìm xác suất của biến cố E: "Có ít nhất một con xuất hiện mặt một chấm".

v) Tìm xác suất của biến cố G: "Tổng số chấm bằng 8".

vi) Tìm xác suất của biến cố H: "Hiệu số chấm có trị tuyệt đối bằng 2".

Câu 2. Một phép thử có không gian mẫu $S=\{E_1;E_2;E_3;E_4;E_5\}$ với các xác suất như sau: $P(E_1)=P(E_2)=0{,}15;\ P(E_3)=0{,}4;\ \mathrm{P}(E_4)=2\,\mathrm{P}(E_5)$

i) Hãy tính xác suất của các biến cố sơ cấp $E_4;E_5$?.

ii) Hãy tính xác suất của các biến cố $A=\{E_1;E_3;E_4\};\ B=\{E_2;E_3\}$.

iii) Hãy liệt kê các biến cố sơ cấp thuộc hoặc biến cố A hoặc thuộc biến cố B hoặc thuộc cả hai biến cố A và B?

Câu 3. Một phép thử có không gian mẫu gồm 10 biến cố sơ cấp $S=\{E_1;E_2;...;E_{10}\}$. Nếu $P(E_1)=3P(E_2)=0{,}45$ và các biến cố sơ cấp có các xác suất bằng nhau thì hãy tính xác suất của các biến cố $E_3;...;E_{10}$?

1.4. Các định lý cơ bản về xác suất

Câu 1. Gieo một con xúc xắc, gọi A là biến cố "Xuất hiện mặt có số chấm chẵn", B là biến cố "Xuất hiện mặt có số chấm là bội của 3"

a) A và B có xung khắc không, tại sao?

b) A và B có độc lập không, tại sao?

Câu 2. Giả sử rằng E và F là các biến cố sao cho $P(E)=0,4;\ P(\mathrm{F})=0,6$ và $P(E\cup \mathrm{F})=0,8$. Hãy tính xác suất $P(E/\mathrm{F})$; $P(\mathrm{F}/\mathrm{E})$.

Câu 3. Giả sử rằng E và F là các biến cố sao cho $P(E)=0,3;\ P(\mathrm{F})=0,5$ và $P(E/\mathrm{F})=0,4$. Hãy tính xác suất $P(E\mathrm{F})$; $P(\mathrm{F}/\mathrm{E})$; $P(E\cup \mathrm{F})$.

Câu 4. Cho một phép thử có không gian mẫu $S=\{E_1;E_2;...;E_5\}$ và các biến cố A, B, C xác định như sau: $A=\{E_1;E_3\}$ $B=\{E_1;E_2;E_4;E_5\}$ $C=\{E_3;E_4\}$ với các xác suất tương ứng $P(\mathrm{A})=0,4;\ P(\mathrm{B})=0,8;\ P(\mathrm{C})=0,4$.

i) Hãy viết các biến cố $\overline{A}; A\cup B; A\cup B\cup C; AB; BC; B/\mathrm{C}; A/B; \overline{AB}$ và tìm xác suất của các biến cố trên bằng định nghĩa cổ điển.

ii) Dùng công thức xác suất của biến cố đối lập, tìm $P\left(\overline{A}\right);P\left(\overline{AB}\right)$ và so sánh kết quả với (i)?

iii) Dùng công thức xác suất có điều kiện, tìm $P\left(A/B\right);P\left(B/C\right)$ và so sánh kết quả với (i)?

iv) Dùng công thức cộng và nhân xác suất, tìm $P\left(A\cup B\right);P\left(AB\right);P(\mathrm{BC})$ và so sánh kết quả với (i)?

v) Hai biến cố A và B có độc lập không? Có xung khắc không?

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

Dạng 1. Công thức xác suất cổ điển, công thức cộng, nhân xác suất.

1. Bài tập mẫu.

Bài 1. Thang máy của một toà nhà 7 tầng xuất phát từ tầng một với 3 khách.Tìm xác suất để:

a/ Tất cả cùng ở tầng bốn.

b/ Tất cả cùng ra ở một tầng.

c/ Mỗi người ra ở một tầng khác nhau.

Hướng dẫn:

Vì thang máy xuất phát từ tầng một nên mỗi người khách có 6 cách chọn để ra khỏi thang máy. Vậy số các biến cố sơ cấp đồng khả năng là: $n(\mathrm{S})=\overline{A}_6^3=6^3$

a. Gọi A = "Cả 3 khách cùng ra ở tầng 4" $\Rightarrow n(\mathrm{A})=1$

$$P(A)=\frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}=\frac{1}{6^3}=0,0046$$

b, Gọi B = " Cả 3 khách cùng ra ở một tầng" $\Rightarrow n(\mathrm{B})=6$

$$P(B)=\frac{n(\mathrm{B})}{n(\mathrm{S})}=\frac{6}{6^3}=0,0278$$

c, Gọi C = " Mỗi người ra một tầng khác nhau" $\Rightarrow n(\mathrm{C})=A_6^3$

$$P(C)=\frac{n(\mathrm{C})}{n(\mathrm{S})}=\frac{A_6^3}{6^3}=0,556$$

Bài tập tương tự:

Bài 2. Xếp ngẫu nhiên 4 khách lên 9 toa tầu hỏa. Tìm xác suất để:

a/ 4 người lên toa đầu.

b/ 4 người lên cùng một toa.

c/ 4 người lên 4 toa khác nhau.

2. Bài tập mẫu.

Bài 3. Một nhóm 8 người ngồi trên một ghế dài gồm 8 chỗ. Tìm xác suất để:

a/ Hai người xác định trước luôn ngồi cạnh nhau.

b/ Hai người đó luôn ngồi cách nhau 2 người.

Hướng dẫn:

Có 8 người được sắp xếp ngồi trên một ghế dài gồm 8 chỗ nên số các biến cố sơ cấp đồng khả năng là 8!

a, Gọi A = "Hai người xác định luôn ngồi cạch nhau"

Có 2! cách sắp xếp hai người xác định luôn ngồi cạnh nhau vào 2 vị trí,

Có 6! cách sắp xếp 6 người còn lại vào 6 vị trí,

Có 7 cách xếp hai người xác định luôn ngồi cạnh nhau vào 8 chỗ trên ghế dài.

Theo quy tắc nhân: $n(\mathrm{A})=2!.6!.7$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}=\frac{2!.7!}{8!}=0,25$$

b, Gọi B = " Hai người xác định luôn ngồi cách nhau 2 người"

Có 2! cách sắp xếp hai người xác định vào 2 vị trí,

Có 6! cách sắp xếp 6 người còn lại vào 6 vị trí,

Có 7 cách xếp hai người xác định luôn ngồi cách nhau 2 người.

Theo quy tắc nhân: $n(B)=2!.6!.5$

$$\Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2!.6!.5}{8!}=0,1786$$

3. Bài tập mẫu.

Bài 4. Có 2 lô hàng, lô 1 có 90 chính phẩm và 10 phế phẩm, lô 2 có 80 chính phẩm và 20 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng ra 1 sản phẩm. Tính xác suất để:

a/ Lấy được 1 chính phẩm;

b/ lấy được 2 chính phẩm.

c/ Lấy được ít nhất 1 chính phẩm.

Hướng dẫn:

- Gọi A_i = "Lấy được một chính phẩm từ lô thứ i", i = 1; 2.
- Gọi A = "Trong 2 sản phẩm lấy ra có 1 chính phẩm",

B = "cả 2 sản phẩm lấy ra đều là chính phẩm",

C = "Biến cố trong 2 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 chính phẩm"

Biểu diễn các biến cố: A; B; C qua các biến cố A_i.

a. Ta có: $A = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2 \Rightarrow P(A) = P(A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2) = \frac{C_{90}^1 C_{20}^1}{C_{100}^1 C_{100}^1} + \frac{C_{10}^1 C_{80}^1}{C_{100}^1 C_{100}^1} = 0,26$

b. $B = A_1A_2 \Rightarrow P(\text{B}) = P(A_1A_2) = \frac{C_{90}^1 C_{80}^1}{C_{100}^1 C_{100}^1} = 0,72$

c. $C = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2 + A_1A_2$

$\Rightarrow P(\text{C}) = P(A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2 + A_1A_2) = \frac{C_{90}^1 C_{20}^1}{C_{100}^1 C_{100}^1} + \frac{C_{10}^1 C_{80}^1}{C_{100}^1 C_{100}^1} + \frac{C_{90}^1 C_{80}^1}{C_{100}^1 C_{100}^1} = 0,98$

Cách 2: $C = A + B \Rightarrow P(\text{C}) = P(A) + \text{P(B)} = 0,26 + 0,72 = 0,98$

Cách 3: $\overline{C}$ = " Cả 2 sản phẩm lấy ra đều là phế phẩm"

$$\Rightarrow P(\overline{C}) = \frac{C_{10}^1 C_{20}^1}{C_{100}^1 C_{100}^1} = 0,02 \Rightarrow P(\text{C}) = 1 - P(\overline{B}) = 0,98$$

Bài tập tương tự:

Bài 5. Có 2 chuồng lợn giống, chuồng 1 có 7 con cái và 3 con đực, chuồng 2 có 6 con cái và 4 con đực. Bắt ngẫu nhiên từ mỗi chuồng ra 1 con. Tính xác suất để:

a/ Cả 2 con bắt ra đều là con cái.

b/ Bắt được 1 con cái, 1 con đực.

c/ Bắt được ít nhất 1 con đực.

Hướng dẫn:

Tương tự như bài trên, ta gọi A_i = "Bắt được 1 con lợn đực từ chuồng thứ i", i = 1; 2.

A = "Cả 2 con bắt ra đều là con cái".

B = "Bắt được 1 con cái, 1 con đực".

C = "Bắt được ít nhất 1 con đực".

Ta biểu diễn các biến cố A, B, C qua các biến cố A_i:

$A = \overline{A_1}\,\overline{A_2}$

$B = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2$

$C = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2 + A_1A_2$

Bài 6. Một kĩ sư nông nghiệp có hai hộp hạt giống cùng loại: Hộp 1 có 12 hạt giống trong đó 8 hạt đủ tiêu chuẩn, hộp 2 có 12 hạt giống trong đó có 9 hạt đủ tiêu chuẩn. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 hạt giống. Tìm xác suất để trong hai hạt lấy ra:

a/ Có một hạt đủ tiêu chuẩn, một hạt không đủ tiêu chuẩn.

b/ Có 2 hạt đạt tiêu chuẩn.

c/ Có ít nhất 1 hạt đủ tiêu chuẩn.

Hướng dẫn:

Tương tự: Gọi A_i = " Lấy được 1 hạt đạt tiêu chuẩn từ hộp thứ i " , i = 1, 2.

A = " Lấy được 1 hạt đạt, 1 hạt không đạt tiêu chuẩn",

B = " Lấy được 2 hạt đạt tiêu chuẩn"

C = "Lấy được ít nhất 1 hạt đủ tiêu chuẩn",

Ta biểu diễn các biến cố A, B, C qua các biến cố A_i:

$$A = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2$$

$$B = A_1A_2$$

$$C = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2 + A_1A_2$$

4. Bài tập mẫu.

Bài 7. Trong một hòm đựng 8 chi tiết là chính phẩm và 5 chi tiết là phế phẩm. Lấy đồng thời ra 3 chi tiết. Tính xác suất để:

a/ Cả 3 chi tiết lấy ra là chính phẩm.

b/ Trong 3 chi tiết lấy ra có 2 chính phẩm.

c/ Trong 3 chi tiết lấy ra có ít nhất 1 chính phẩm.

Hướng dẫn:

Phép thử ở đây là cách lấy theo nghĩa tổ hợp, tức là chọn ngẫu nhiên cùng một lúc 3 phần tử từ 13 phần tử, không quan tâm đến thứ tự các phần tử nên số các biến cố sơ cấp đồng khả năng là: $n(\text{S}) = \text{C}_{13}^3$.

a, Gọi A = " Cả 3 chi tiết đều là chính phẩm" $\Rightarrow n(\text{A}) = C_8^3$

$$P(A) = \frac{n(\text{A})}{n(\text{S})} = \frac{C_8^3}{C_{13}^3} = 0{,}196$$

b, Gọi B = " Trong 3 chi tiết có 2 chính phẩm"$\Rightarrow n(\text{B}) = C_8^2C_5^1$

$$P(B) = \frac{n(\text{B})}{n(\text{S})} = \frac{C_8^2C_5^1}{C_{13}^3} = 0{,}489$$

c, Gọi C = " Biến cố trong 3 chi tiết có ít nhất 1 chính phẩm"

$\overline{C}$ = " Biến cố cả 3 chi tiết đều là phế phẩm" $\Rightarrow n(\overline{C}) = C_5^3$

$$\text{P}(\overline{C}) = \frac{C_5^3}{C_{13}^3} = 0{,}035 \Rightarrow P(C) = 1 - p(\overline{C}) = 0{,}965$$

Bài tập tương tự: Phép thử ở những bài sau đều là cách lấy theo nghĩa tổ hợp, tức là chọn ngẫu nhiên cùng một lúc k phần tử từ n phần tử, không quan tâm đến thứ tự.

Bài 8. Trong một lớp học có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Gọi ngẫu nhiên 4 sinh viên lên bảng làm bài tập. tính xác suất để:

a/ Có 2 học sinh nam.

c/ Có ít nhất 2 học sinh nam.

b/ Có cả nam và nữ.

Bài 9. Trong một thùng hàng có 100 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm kém chất lượng. Lấy ngẫu nhiên ra 10 sản phẩm. Tìm xác suất trong 10 sản phẩm lấy ra có:

a/ 2 sản phẩm kém chất lượng?

b/ nhiều nhất 2 sản phẩm kém chất lượng?

c/ đúng 2 sản phẩm cùng loại?

Bài 10. Một hộp đựng 7 quả cầu trắng và 8 quả cầu đen cùng kích cỡ. Lấy ngẫu nhiên ra 4 quả cầu. Tìm xác suất để:

a/ trong 4 quả lấy ra có 3 quả trắng?

b/ có 4 quả cùng màu?

c/ có ít nhất 1 quả màu đen?

Bài 11. Lấy ngẫu nhiên 3 quân bài từ bộ bài 52 quân. Tìm xác suất trong 3 quân lấy ra có:

a/ 1 quân át.

b/ ít nhất 1 quân át.

c/ 1 quân át, 1 quân K.

Bài 12. Trong một hộp bút có 10 chiếc bút bi cùng kích cỡ, trong đó có 6 chiếc bút mực đen và 4 chiếc bút mực xanh. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc bút. Tìm xác suất để trong 3 chiếc lấy ra có:

a/ 2 chiếc bút mực xanh?

b/ ít nhất 2 chiếc bút mực xanh?

c/ 2 chiếc cùng màu?

Bài 13. Một chiếc hộp đựng 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đỏ và 2 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên ra 6 quả cầu. Tìm xác suất để trong 6 quả lấy ra có:

a/ 3 quả trắng, 2 quả đỏ và 1 quả đen?

b/ 4 quả đỏ?

c/ không có quả nào màu trắng?

Bài 14. Một hộp đựng 12 quả bóng bàn trong đó có 5 quả màu trắng, 4 quả màu vàng và 3 màu hồng. Rút ngẫu cùng lúc 3 quả. Tìm xác suất để:

a/ được 3 quả cùng màu trắng.

b/ cả 3 quả cùng màu.

c/ ít nhất 2 quả mầu trắng.

Bài 15. Một hộp đựng 15 quả cầu cùng kích thước, trong đó có 3 cầu xanh, 5 cầu đen và 7 cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên cùng lúc 4 cầu. Tìm xác suất để trong 4 cầu chọn được có:

a/ 4 cầu cùng màu.

b/ 1 cầu trắng, 1 cầu đen.

c/ 3 cầu xanh.

Bài 16. Một lớp học có 20 sinh viên, trong đó có 6 giỏi, 4 khá, 8 trung bình và 2 yếu. Chọn ngẫu nhiên cùng lúc 3 người. Tìm xác suất để trong 3 sinh viên đó:

a/ Có học lực khác nhau.

b/ Có đúng 2 học sinh giỏi.

c/ Cả 3 đều học giỏi.

Bài 17. Một hộp đựng 15 quả bóng bàn trong đó có 7 quả màu trắng và 8 quả màu hồng. Rút ngẫu nhiên cùng lúc 3 quả. Tìm xác suất để:

a/ Có đúng 1 quả màu hồng.

b/ Có ít nhất 2 quả màu hồng.

c/ Cả 3 quả cùng màu.

Bài 18. Trong một hòm đựng 10 chi tiết đạt tiêu chuẩn và 5 chi tiết là phế phẩm. Lấy đồng thời 3 chi tiết. Tính xác suất:

a/ Cả 3 chi tiết lấy ra thuộc loại đạt tiêu chuẩn.

b/ Trong số 3 chi tiết lấy ra có 2 chi tiết đạt tiêu chuẩn.

c/ Trong số 3 chi tiết lấy ra có ít nhất 1 chi tiết đạt tiêu chuẩn.

5. Bài tập mẫu.

Bài 19. Có 7 cây đậu trong đó có 3 cây hoa trắng và 4 cây hoa vàng. Lấy ngẫu nhiên liên tiếp không hoàn lại 2 lần mỗi lần 1 cây đậu. Tìm xác suất để:

a Cả 2 đều là hoa trắng;

b. Có 1 cây hoa vàng, 1 cây hoa trắng;

c. Có ít nhất 1 cây hoa trắng.

Hướng dẫn:

Phép thử ở bài toán trên là cách chọn k phần tử từ n phần tử đã cho một cách lần lượt không hoàn lại nên ta áp dụng định lý nhân xác suất để tìm xác suất của tích các biến cố phụ thuộc.

Gọi A_i = "lấy được cây hoa trắng ở lần lấy thứ i" (i = 1, 2)

Gọi B_i = "lấy được cây hoa vàng ở lần lấy thứ i" (i = 1, 2)

a. Gọi A = "Cả 2 lần lấy đều được cây hoa trắng".

Dễ thấy:

$$A = A_1A_2 \Rightarrow P(A) = P(A_1A_2) = P(A_1).P(A_2 / A_1) = \frac{3}{7}.\frac{2}{6} = \frac{1}{7} \approx 0{,}143.$$

b. Gọi B = "Lấy được 1 cây hoa vàng, 1 cây hoa trắng".

Ta có: $B = A_1B_2 + B_1A_2.$

$$\Rightarrow P(B) = P(A_1B_2 + B_1A_2) = P(A_1B_2) + P(B_1A_2)$$
$$= P(A_1).P(B_2 / A_1) + P(B_1).P(A_2 / B_1)$$
$$= \frac{3}{7}.\frac{4}{6} + \frac{4}{7}.\frac{3}{6} = \frac{4}{7} \approx 0{,}571.$$

c. Gọi C = "Lấy được ít nhất 1 cây hoa trắng"

$$\overline{C} = B_1B_2 \Rightarrow P(\overline{C}) = P(B_1B_2) = P(B_1).P(B_2 / B_1) = \frac{4}{7}.\frac{3}{6} = \frac{2}{7} \approx 0{,}286.$$

Ta có: $P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \approx 0{,}714.$

Cách 2: Ta thấy:

$$C = A + B \Rightarrow P(C) = P(A+B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{7} + \frac{4}{7} = \frac{5}{7} \approx 0{,}714.$$

Bài tập tương tự.

Bài 20. Trong 1 chuồng có 6 con gà mái và 4 con gà trống. Lấy ngẫu nhiên 2 lần mỗi lần 1 con không hoàn lại. Tính xác suất để:

a. Lấy được 1 con gà mái.

b. Lấy được ít nhất 1 con gà mái.

c. Lấy được 2 con gà trống.

Hướng dẫn:

Gọi A_i = "Bắt lần thứ i được gà mái" , i = 1, 2.

a. A = "Bắt được một con gà mái" $\Rightarrow A = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2$

b. Gọi B = "Bắt được ít nhất một con gà mái"$\Rightarrow B = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2 + A_1A_2$

c. Gọi C = "Bắt được 2 con gà trống" $\Rightarrow C = \overline{A_1}\,\overline{A_2}$

Bài 21. Trong một hộp có 7 bi đỏ, 5 bi xanh và 3 bi trắng cùng kích thước. Rút ngẫu nhiên lần lượt từng viên không trả lại cho đến khi được viên bi đỏ thì dừng lại. Hãy tìm xác suất để không có viên bi xanh nào được rút ra.

Hướng dẫn:

Gọi A_i là biến cố rút lần i được bi đỏ", i = 1,2,3,….15.

B_i là biến cố rút lần i được bi xanh"

C_i là biến cố rút lần i được bi trắng"

D là biến cố " Không bi xanh nào được rút ra"

$\Rightarrow D = A_1 + C_1A_2 + C_1C_2A_3 + C_1C_2C_3A_4$

<u>Dạng 2:</u> Công thức xác suất đầy đủ, Bayes; Becnouly

Bài 22. Có 20 kiện hàng, mỗi kiện hàng có 10 sản phẩm. Trong số đó có 8 kiện loại 1, mỗi kiện hàng có 1 phế phẩm; 7 kiện hàng loại 2, mỗi kiện hàng có 2 phế phẩm và 5 kiện loại 3, mỗi kiện có 3 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên một kiện hàng, rồi từ đó lấy ngẫu nhiên một sản phẩm.

a/ Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là phế phẩm.

b/ Nếu lấy được sản phẩm là phế phẩm, theo bạn sản phẩm đó có khả năng thuộc kiện hàng loại nào là nhiều hơn cả?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn lấy kiện hàng.

b, Áp dụng công thức Bayes tính xác suất phế phẩm lấy ra từ kiện 1, kiện 2 và kiện 3. So sánh 3 xác suất, xác suất nào lớn nhất thì phế phầm có khả năng lấy từ kiện đó nhiều nhất.

Bài 23. Trong một lớp học, tỷ lệ học sinh thích chơi game là 70%. Biết rằng nếu ham chơi game thì tỷ lệ học sinh đạt học lực khá là 30%, còn nếu không chơi game thì tỷ lệ học sinh đạt học lực khá là 60%. Gọi một học sinh lên bảng.

a/ Tính xác suất để học sinh đó có học lực khá.

b/ Giả sử học sinh đó có học lực khá. Tính xác suất để học sinh đó chơi game.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần với hệ đầy đủ là biến cố học sinh thích chơi game và học sinh không thích chơi game.

b, Áp dụng công thức Bayes.

Bài 24. Ở một vùng dân cư cứ 100 người có 20 người hút thuốc lá. Biết rằng tỷ lệ người viêm họng trong số người hút thuốc lá là 65%, còn trong số người không hút thuốc là 35%. Khám ngẫu nhiên một người thì thấy anh ta viêm họng, tìm xác suất để người đó hút thuốc. Nếu người đó không viêm họng thì xác suất để người đó không hút thuốc là bao nhiêu.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần với hệ đầy đủ là biến cố người được khám nghiện thuốc lá và người được khám không hút thuốc lá.

b, Áp dụng công thức Bayes.

Bài 25. Một nhà máy sản xuất bóng đèn. Máy A sản xuất 25% số bóng đèn ,máy B sản xuất 35% số bóng đèn,còn máy C sản xuất 40% số bóng đèn.Tỉ lệ sản phẩm hỏng của các máy tương ứng là 5% (máy A),4% (máy B) và 2% (máy C).

a/ Lấy ngẫu nhiên một bóng đèn.Tìm xác suất để gặp bóng đèn xấu.

b/ Khi lấy ngẫu nhiên một bóng đèn ta được bóng đèn tốt. Tìm xác suất để bóng tốt lấy được đó do máy B sản xuất.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần với hệ đầy đủ là biến cố bóng đèn lấy ra kiểm tra do máy A, máy B, mát C sản xuất.

b, Áp dụng công thức Bayes.

Bài 26. Một dự án trồng cây lâm nghiệp nhận giống cây trồng từ 3 cơ sở sản xuất giống cây trồng. Trung bình cơ sở 1 cung cấp 35%, cơ sở 2 cung cấp 40%, cơ sở 3 cung cấp 25% tổng số giống cây trồng của dự án. Trong đó khoảng 90% cây giống do cơ sở 1 cung cấp là đủ tiêu chuẩn, 85% cây giống do cơ sở 2 cung cấp là đủ tiêu chuẩn, 80% cây giống do cơ sở 3 cung cấp là đủ tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên một cây trồng của dự án để kiểm tra.

a/ Tính xác suất để cây trồng lấy ra đủ tiêu chuẩn.

b/ Giả sử cây lấy ra đủ tiêu chuẩn, theo anh (chị) cây đó có khả năng do cơ sở nào cung cấp.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm một giai đoạn và hệ đầy đủ gồm các biến cố: cây trồng lấy ra do cơ sở 1,2,3 cung cấp.

b, Áp dụng công thức Bayes tính xác suất cây trồng đủ tiêu chuẩn do cơ sở 1,2 và 3 cung cấp. So sánh 3 xác suất, xác suất nào lớn nhất thì cây trồng đủ tiêu chuẩn có khả năng do cơ sở đó cung cấp lớn nhất.

Bài 27. Có 2 hộp như nhau đựng các mẫu hàng xuất khẩu. Hộp thứ nhất có 10 mẫu trong đó có 6 mẫu loại A và 4 mẫu loại B. Hộp thứ 2 có 10 mẫu trong đó có 3 mẫu loại A và 7 mẫu loại B. Chọn ngẫu nhiên 1 hộp và từ đó lấy ngẫu nhiên 1 mẫu.

a/ Tính xác suất để mẫu lấy ra là loại B.

b/ Giả sử mẫu lấy ra loại A. Hỏi mẫu đó có khả năng thuộc hộp loại nào nhiều hơn?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn lấy hộp.

b, Áp dụng công thức xác suất của tổng hai biến cố đối lập để tính xác suất lấy ra mẫu hàng loại A sau đó áp dụng công thức Bayes tính xác suất mẫu loại A lấy ra từ hộp 1, hộp 2. So sánh 2 xác suất, xác suất nào lớn nhất thì mẫu loại A có khả năng lấy từ hộp đó nhiều nhất.

Bài 28. Một trại lợn nhận lợn giống từ 3 cơ sở theo tỷ lệ 20%; 35% và 45%. Biết tỷ lệ lợn giống không đủ tiêu chuẩn ở mỗi cơ sở lần lượt là 2%; 3% và 4%. Bắt ngẫu nhiên một con lợn của trại.

a/ Tìm xác suất để bắt được con lợn đủ tiêu chuẩn.

b/ Giả sử bắt được con lợn không đủ tiêu chuẩn. Theo bạn con lợn đó có khả năng thuộc cơ sở nào nhất?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm một giai đoạn và hệ đầy đủ gồm các biến cố: con lợn bắt ra lấy từ cơ sở 1,2,3.

b, Áp dụng công thức tổng xác suất của hai biến cố đối lập để tìm xác suất bắt ra con lợn không đủ tiêu chuẩn sau đó áp dụng công thức Bayes tính xác suất con lợn đó lấy từ cơ sở 1, 2 và 3. So sánh 3 xác suất, xác suất nào lớn nhất thì con lợn đó có khả năng lấy từ cơ sở đó nhiều nhất.

Bài 29. Trong một bệnh viện, tỷ lệ bệnh nhân các tỉnh như sau: Tỉnh A: 25%, tỉnh B: 35% và tỉnh C: 40%. Biết tỷ lệ bệnh nhân là kỹ sư của các tỉnh tương ứng là $2{,}5\%$; 3% và $4{,}5\%$. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân.

a/ Tính xác suất để bệnh nhân đó là kỹ sư.

b/ Giả sử bệnh nhân được chọn không phải là kỹ sư. Theo bạn bệnh nhân đó có khả năng thuộc tỉnh nào nhất?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm một giai đoạn và hệ đầy đủ gồm các biến cố: bênh nhân đến từ tỉnh A, B, C.

b, Áp dụng công thức tổng xác suất của hai biến cố đối lập để tìm xác suất bênh nhân đó không phải là kỹ sư sau đó áp dụng công thức Bayes tính xác suất bênh nhân đó đến từ tỉnh A, B, C. So sánh 3 xác suất, xác suất nào lớn nhất thì bệnh nhân đó có khả năng đến từ tỉnh đó nhiều nhất.

Bài 30. Trong 1 bệnh viện bỏng: 80% bệnh nhân bị bỏng do nóng, 20% bệnh nhân bị bỏng do hóa chất. Trong số những bệnh nhân bị bỏng do nóng thì có 30% bị biến chứng, còn với bỏng do hóa chất thì có 60% bị biến chứng. Từ tập bệnh án rút ngẫu nhiên ra 1 hồ sơ thấy đó là của bệnh nhân bị biến chứng. Tìm xác suất để bệnh nhân đó bị bỏng do hóa chất gây ra?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần với hệ đầy đủ là biến cố bệnh nhân bị bỏng do nóng và do hóa chất gây ra.

b, Áp dụng công thức Bayes.

Bài 31. Có 20 hộp sản phẩm cùng loại, trong đó có 10 hộp của xí nghiệp I, 6 hộp của xí nghiệp II, 4 hộp của xí nghiệp III. Tỷ lệ sản phẩm tốt của các xí nghiệp tương ứng lần lượt là 50%, 65% và 75%. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp và chọn ngẫu nhiên ra một sản phẩm.

a/ Tính xác suất để sản phẩm đó là tốt.

b/ Nếu sản phẩm đó là tốt, theo bạn sản phẩm đó có khả năng thuộc xí nghiệp nào là nhiều hơn cả?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn lấy hộp.

b, Áp dụng công thức Bayes tính xác suất sản phẩm tốt do xí nghiệp 1,2,3 cung cấp. So sánh 3 xác suất, xác suất nào lớn nhất thì sản phẩm tốt có khả năng do xí nghiệp đó cung cấp lớn nhất.

Bài 32. Có 3 cửa hàng I, II và III cùng kinh doanh sản phẩm Y. Tỷ lệ sản phẩm loại A trong 3 của hàng I, II, III lần lượt là 70%, 75% và 50%. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên một cửa hàng và từ đó mua một sản phẩm.

a/ Tính xác suất để khách hàng đó mua được sản phẩm loại A.

b/ Giả sử khách hàng đã mua được sản phẩm loại A, theo bạn sản phẩm đó có khả năng thuộc cửa hàng nào?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn khách hàng chọn cửa hàng để mua sản phẩm.

b, Áp dụng công thức Bayes tính xác suất sản phẩm loại A được mua ở cửa hàng 1,2 và 3 . So sánh 3 xác suất, xác suất nào lớn nhất thì sản phẩm loại A có khả năng mua ở cửa hàng đó lớn nhất.

Bài 33. Một cửa hàng bán máy tính với 40% máy tính của hãng IBM, 60% máy tính của hãng Acer. Biết rằng tỷ lệ máy sản xuất tại chính hãng IBM và Acer lần lượt là 0,8; 0,9. Một khách hàng mua máy tính tại cửa hàng.

a/ Tính xác suất để khách hàng mua được máy tính sản xuất tại chính hãng.

b/ Giả sử khách hàng mua được máy tính sản xuất tại chính hãng, theo bạn máy tính đó có khả năng do hãng nào sản xuất?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm một giai đoạn và hệ đầy đủ gồm các biến cố: khách hàng mua máy tính của hãng Acer và IBM.

b, Áp dụng công thức Bayes tính xác suất máy tính chính hãng của hãng Acer hay IBM sản xuất. So sánh 2 xác suất, xác suất nào lớn nhất thì máy tính chính hãng có khả năng do hãng đó sản xuất lớn nhất.

Bài 34. Có 18 học sinh thi học sinh giỏi chia làm 4 nhóm: nhóm I có 5 học sinh, nhóm II có 7 học sinh, nhóm III có 4 học sinh và nhóm IV có 2 học sinh. Xác suất để một học sinh trong nhóm đạt giải tương ứng lần lượt là 0,8; 0,7; 0,6; 0,5.

a/ Tính xác suất để một học sinh bất kỳ đạt giải.

b/ Nếu học sinh đó đạt giải hãy tính xác suất để học sinh đó thuộc nhóm I?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm một giai đoạn và hệ đầy đủ gồm các biến cố: học sinh thuộc nhóm 1,2,3,4.

b, Áp dụng công thức Bayes.

Bài 35. Trong một làng tỷ lệ nam là 60% và nữ là 40%. Khả năng mắc bệnh bạch tạng ở nam là 0,6% và ở nữ là 0,35%. Gặp một người trong làng thấy người đó mắc bệnh. Tìm xác suất để người đó là nam? Nếu người đó không mắc bệnh xác suất để người đó là nam là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm một giai đoạn và hệ đầy đủ gồm các biến cố: người đã gặp là nam, nữ.

b, Áp dụng công thức xác suất tổng hai biến cố đối lập để tìm xác suất người được gặp là không mắc bệnh sau đó áp dụng công thức Bayes tính xác suất người đó là nam.

Bài 36. Một nhân viên tiếp thị sản phẩm kem dưỡng da của một hãng mỹ phẩm có ba cửa hàng để đến tiếp thị với sự lựa chọn như nhau. Xác suất để nhân viên đó bán được sản phẩm ở cửa hàng thứ nhất, thứ hai, thứ ba tương ứng là 0,4; 0,5; 0,6. Biết rằng ở một cửa hàng người đó đến tiếp thị ba lần và chỉ có một lần bán được sản phẩm. Tính xác suất để người đó bán được sản phẩm ở cửa hàng thứ ba.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn nhân viên tiếp thị chọn 1 cửa hàng đến tiếp thị. Áp dụng công thức Bernoulli để tính xác suất bán được sản phẩm ở mỗi của hàng.

b, Áp dụng công thức Bayes

Bài 37. Hai máy cùng sản xuất một loại sản phẩm. Tỉ lệ phế phẩm của máy I là 3% của máy II là 2%.Từ một kho gồm 2/3 sản phẩm của máy I và 1/3 sản phẩm của máy II ta lấy một sản phẩm.Tính xác suất để:

a/ Sản phẩm lấy ra là tốt.

b/ Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là của máy I sản suất.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm một giai đoạn và hệ đầy đủ gồm các biến cố: sản phẩm lấy ra do máy 1,2 sản xuất.

b, Áp dụng công thức Bayes .

Bài 38. Có 3 hộp đựng bi. Hộp 1 có 5 bi xanh và 2 bi đỏ. Hộp 2 có 4 bi xanh và 1 bi đỏ. Hộp 3 có 3 bi xanh và 2 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên ra 1 hộp rồi từ đó lấy ra 2 bi. Nếu 2 bi lấy ra đều là bi xanh thì xác suất để 2 bi đó thuộc hộp 2 là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn lấy hộp.

b, Áp dụng công thức Bayes .

Bài 39. Có 3 xạ thủ loại I và 7 xạ thủ loại II. Xác suất bắn trúng đích của mỗi loại xạ thủ theo thứ tự lần lượt là: 0,8; 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra 2 xạ thủ và mỗi người bắn một viên đạn vào bia. Tìm xác suất để cả 2 xạ thủ đó đều bắn trúng đích.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn lấy ra hai xạ thủ.

b, Áp dụng công thức Bayes .

Bài 40. Có 10 sinh viên đi thi, trong đó có 3 sinh viên thuộc loại giỏi, 4 khá và 3 trung bình. Trong số 20 câu hỏi thi qui định thì sinh viên loại giỏi trả lời được tất cả, sinh viên khá trả lời được 16 câu, còn sinh viên trung bình chỉ trả lời được 10 câu. Gọi ngẫu nhiên 1 sinh viên và phát 1 phiếu thi có 4 câu hỏi thì anh ta trả lời được cả 4 câu hỏi. Tính xác suất để sinh viên đó thuộc loại khá.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn một: sinh viên được gọi là giỏi, khá hay trung bình.

b, Áp dụng công thức Bayes

Bài 41. Một giá súng có 10 cây súng có hình thức giống nhau, trong đó có 6 cây loại I và 4 câu loại II. Xạ thủ bắn trúng đích ở mỗi phát súng với súng loại I và loại II tương ứng là 0,8; 0,6. Xạ thủ A chọn ngẫu nhiên một cây và bắn 3 phát. Tìm xác suất để trong 3 phát có đúng 1 phát trúng đích?

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn xạ thủ lấy ra một cây súng. Trong đó áp dụng công thức Bernoulli để tính xác suất xạ thủ bắn 3 phát thì có 1 phát trúng đích.

Bài 42. Một gia đình sinh được 3 người con (mỗi lần sinh một con), giả sử xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0.514. Tính xác suất sao cho gia đình đó có 2 con trai.

Hướng dẫn giải: Áp dụng công thức Bernoulli.

Bài 43. Có 10 cầu thủ bóng rổ, trong đó có 6 cầu thủ loại một, 4 cầu thủ loại hai. Xác suất ném trúng rổ của cầu thủ loại một, loại hai lần lượt là 0,8; 0,6. Chọn một cầu thủ bất kỳ và cho ném 5 quả.

a/ Tính xác suất để 3 quả vào rổ.

b/ Tính xác suất để có ít nhất 3 quả vào rổ.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức xác suất toàn phần trong trường hợp phép thử gồm hai giai đoạn và hệ đầy đủ nằm ở giai đoạn chọn 1 cầu thủ bóng rổ. Trong đó áp dụng công thức Bernoulli để tính xác suất cầu thủ loại 1,2 ném 5 quả thì có 3 quả trúng rổ.

b, Áp dụng công thức Bernoulli thứ 2.

Bài 44. Hai người đàn ông đi câu cá, mỗi người thả câu 3 lần. Xác suất câu được cá của người thứ nhất, thứ hai lần lượt là 0,8; 0,9. Tìm xác suất để:

a/ Số cá câu được của hai người bằng nhau.

b/ Người thứ nhất câu được nhiều cá hơn người thứ hai.

Hướng dẫn giải: a, Áp dụng công thức Bernoulli trong 4 trường hợp: cả hai người cùng không câu được con nào, cả hai người cùng câu được 1 con, cả hai người cùng câu được 2 con, cả hai người cùng câu được 3 con.

b. Áp dụng công thức bernoulli như ở ý a,.

CHƯƠNG 2.
BIẾN NGẪU NHIÊN VÀ QUY LUẬT PHÂN PHỐI XÁC SUẤT

CÂU HỎI THẢO LUẬN

2.1. Biến ngẫu nhiên

2.2. Quy luật phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên

Câu 1. Hãy xác định các biến ngẫu nhiên sau là rời rạc hay liên tục:

i) Số viên đạn bắn trúng bia khi bắn 5 viên đạn vào bia?

ii) Chiều cao của thủy chiều đại dương tại một địa phương xác định?

iii) Chiều dài của một con cá trắm 2 năm tuổi.

iv) Đọ căng của một sợi dây thép (kg/cm^2) có đường kính 1cm?

v) Số bàn thắng ghi được trong một trận bóng đá?

vi) Số đo huyết áp của bạn?

Câu 2. Một biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân phối xác suất như sau:

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,3	0,4	0,1	?	0,05

i) Hãy tính P(X = 4)?

ii) Hãy vẽ đồ thị của hàm phân phối xác suất X?

Câu 3. Hãy kiểm tra xem các hàm số sau có phải là hàm mật độ xác suất trên một đoạn cho trước?

i) $f(x)=\dfrac{1}{8}$ trên đoạn $[0;8]$?

ii) $f(x)=\dfrac{x}{18}$ trên đoạn $[0;4]$?

iii) $f(x)=6x(1-x)$ trên đoạn $[0;1]$?

iv) $f(x)=\dfrac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}}$ trên đoạn $[0;+\infty]$?

Câu 4. Hãy tìm hằng số k sao cho các hàm số sau là hàm mật độ xác suất trên một đoạn cho trước:

i) $f(x)=kx$ trên đoạn $[1;4]$?

ii) $f(x)=kx^3$ trên đoạn $[0;4]$?

iii) $f(x)=k(4-x^2)$ trên đoạn $[-2;2]$?

iv) $f(x)=ke^{-\frac{x}{2}}$ trên đoạn $[0;+\infty]$?

2.3. Các tham số đặc trưng của biến ngẫu nhiên

Câu 1. Hãy cho biết các mệnh đề sau đúng hay sai, tại sao?

i) Kì vọng toán của một tổng hữu hạn các biến ngẫu nhiên bằng tổng các kì vọng toán thành phần.

ii) Kì vọng toán của một tích hữu hạn các biến ngẫu nhiên bằng tích các kì vọng toán thành phần.

iii) Phương sai của hiệu hai biến ngẫu nhiên bằng hiệu các phương sai thành phần.

Câu 2. Cho hai biến ngẫu nhiên X, Y. Hãy tính V(Z) biết rằng Z = 2X + 3Y; Z = -3X.

Câu 3. Một biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân phối xác suất như sau:

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,3	0,4	0,1	0,.05	0,05

i) Hãy tính kì vọng, phương sai, độ lệch chuẩn?

ii) Xác suất để X nhận giá trị trong khoảng $\left(E(\mathrm{X}) \pm 2\sigma\right)$ là bao nhiêu?

Câu 4. Một biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân phối xác suất như sau:

X	0	1	2	3	4
P	0,1	0,3	0,3	?	0,.1

i) Hãy tính P(X = 3)?

ii) Hãy tính kì vọng, phương sai, độ lệch chuẩn?

iii) Hãy tính xác suất khi $x > 2$?

iv) Hãy tính xác suất khi $x \le 3$?

2.4. Một số quy luật phân phối xác suất thông dụng

Câu 1. Gieo một con xúc xắc 5 lần. Gọi X là biến ngẫu nhiên "Số lần xuất hiện mặt có số chấm chẵn". Hỏi X tuân theo quy luật phân phối xác suất nào? Viết công thức phân phối xác suất của quy luật đó.

Câu 2. Phân phối chuẩn là rời rạc hay liên tục, tại sao?

Câu 3. Tính xác suất của biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn

a) $P\left(-1,43 < X < 0,68\right)$

b) $P\left(1,58 < X < 1,47\right)$

c) $P\left(-1,55 < X < -0,44\right)$

d) $P\left(X > 1,96\right)$

e) $P\left(|X| < 2,58\right)$

Câu 4. Tìm số thực x_0 sao cho xác suất của biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn $N(\mathrm{a},\sigma^2)$

a) $P\left(X > x_0\right) = 0,025$

b) $P\left(|X| < x_0\right) = 0,8262$

c) Diện tích của miền giới hạn bởi đồ thị của X và trục hoành bằng 0,9505 về phía bên trái của x_0.

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

Dạng 1.

Với X là biến ngẫu nhiên rời rạc, lập bảng phân phối xác suất của X, tìm hàm phân phối xác suất, tính kì vọng, phương sai của X.

*** Phương pháp giải:**

- Xác định biến ngẫu nhiên rời rạc X và tất cả các giá trị có thể có của X.
- Tính các xác suất tương ứng với các giá trị của X bằng cách vận dụng các định nghĩa, định lý, công thức, . . . của Chương 1.
- Để viết hàm phân phối xác suất của X, áp dụng định nghĩa hàm phân phối xác suất và chú ý: Nếu X là biến ngẫu nhiên rời rạc thì $F(\text{x}) = \sum_{x_i < x} p_i$.
- Tính kì vọng toán, áp dụng công thức: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$.
- Tính phương sai của X: $E(X^2) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i$, $D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$.

1. Bài tập mẫu:

Bài 1. Một lô hàng gồm 7 sản phẩm trong đó có 3 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên ra 4 sản phẩm để kiểm tra. Gọi X là số sản phẩm tốt trong 4 sản phẩm lấy ra.

a/ Tìm quy luật phân phối xác suất của X.

b/ Tìm hàm phân phối xác suất F(X).

c/ Tính E(X); D(X).

Hướng dẫn:

- X là số sản phẩm tốt trong 4 sản phẩm lấy ra; X là biến NNRR, vì chỉ có 3 phế phẩm nên X nhận các giá trị 1; 2; 3; 4.
- Dùng công thức giải tích tổ hợp và xác suất cổ điển để tính các xác suất tương ứng với các giá trị của X.

$$P(X=1) = \frac{C_4^1.C_3^3}{C_7^4} = 0,114; \qquad P(X=2) = \frac{C_4^2.C_3^2}{C_7^4} = 0,514;$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^3.C_3^1}{C_7^4} = 0,343; \qquad P(X=4) = \frac{C_4^4.C_3^0}{C_7^4} = 0,029$$

a.Quy luật phân phối xác suất :

X	1	2	3	4
P	0,114	0,514	0,343	0,029

b. Hàm phân phối xác suất:

$+\ x \le 1: F(x) = P(V) = 0$

$+1 < x \le 2; F(x) = P(X=1) = 0,114$

$+2 < x \le 3; F(x) = P(X=1) + P(X=2) = 0,628$

$+3 < x \le 4; F(x) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 0,970$

$+ x > 4; F(x) = P(U) = 1$

Vậy $F(x) = \begin{cases} 0 & x \le 1 \\ 0,114 & 1 < x \le 2 \\ 0,628 & 2 < x \le 3 \\ 0,971 & 3 < x \le 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$

c.Tính: $E(X) = 1.0,114 + 2.0,514 + 3.0,342 + 4.0,030 = 2,28$

$$E(X^2) = 1^2.0,114 + 2^2.0,514 + 3^2.0,342 + 4^2.0,030 = 5,696$$

$$D(X) = E(X^2) - E^2(X) = 5,696 - (2,28)^2 = 0,497$$

Bài tập tương tự:

Bài 2. Trong một chiếc hòm có 5 bóng đèn trong đó có 2 bóng tốt và 3 bóng hỏng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 bóng để kiểm tra. Gọi X là số bóng tốt trong số 2 bóng được kiểm tra.

a/ Hãy lập dãy phân phối xác suất của X.

b/ Tìm hàn phân phối F(x)

c/ Tìm E(X); D(X)

Bài 3: Một túi chứa 10 tấm thẻ đỏ và 6 tấm thẻ xanh. Chọn ra 3 tấm thẻ. Gọi X là số thẻ đỏ được lấy ra.

a/ Lập bảng phân phối xác suất của X.

b/ Tìm hàm phân phối xác suất F(x).

c/ Tìm E(X) và D(X).

2. Bài tập mẫu:

Bài 4: Một xạ thủ có ba viên đạn được yêu cầu bắn từng viên vào bia cho tới khi nào trúng thì dừng bắn, xác suất bắn trúng của mỗi lần là 0,6. Gọi X là số đạn đã bắn ra.

a/ Lập bảng phân phối xác suất của X.

b/ Tìm hàm phân phối xác suất F(x).

c/ Tìm E(X) và D(X).

Hướng dẫn:

- Gọi X là số đạn đã bắn ra; X là biến NNRR, X có thể nhận 3 giá trị là 1; 2; 3.
- Gọi A_i = "Xạ thủ đó bắn trúng viên thứ i" (i = 1, 2, 3).
- Biểu diễn các biến cố X = 1; X = 2; X = 3 qua các biến cố A_i và tìm xác suất của các biến cố đó.

$P(X=1) = P(A_1) = 0,6$;

$P(X=2) = P(\overline{A_1}A_2) = P(\overline{A_1})P(A_2) = 0,4.0,6 = 0,24$

$P(X=3) = P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}) = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}) = 0,4.0,4 = 0,16$

Lưu ý: Trong trường hợp X = 3, viên đạn thứ 3 có thể trúng hoặc không trúng

a. Ta có bảng phân phối xác suất:

X	1	2	3
P	0,6	0,24	0,16

b. Hàm phân phối xác suất:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 1\\ 0,6 & 1<x\le 2\\ 0,84 & 2<x\le 3\\ 1 & x>3\end{cases}$$

c. Tính: $E(X)=1.0,6+2.0,24+3.0,16=1,56$

$$E(X^2)=1^2.0,6+2^2.0,24+3^2.0,16=3$$

$$D(X)=E(X^2)-E^2(X)=3-(1,56)^2=0,5664.$$

Bài tập tương tự:

Bài 5: Kiểm tra vấn đáp hết môn cho 4 học sinh, mỗi học sinh chỉ được vào kiểm tra nếu người được kiểm tra trước đó đạt yêu cầu. Xác suất đạt yêu cầu khi kiểm tra của mỗi học sinh là 0,6. Lập bảng phân phối xác suất, tìm hàm phân phối xác suất, tính kỳ vọng và phương sai của số học sinh được vào kiểm tra.

Hướng dẫn:

- Gọi X là số học sinh được vào kiểm tra; X là biến NNRR nhận các giá trị 1; 2; 3; 4.
- Gọi A_i = "Học sinh thứ i trả lời đúng" (i = 1, 2, 3, 4).
- Biểu diễn các biến cố X = 1; X = 2; X = 3; X = 4 qua các biến cố A_i và tìm xác suất của các biến cố đó.

3. Bài tập mẫu:

Bài 6: Tung 3 lần một đồng xu cân đối, đồng chất. Gọi X là số lần xuất hiện mặt ngửa. Lập bảng phân phối xác suất của X.

Hướng dẫn: X là biến ngẫu nhiên rời rạc: X = 0; 1; 2; 3 với các xác suất tương ứng được tính theo công thức Bernoulli với n = 3; p = 0,5; q = 0,5.

P(X = 0) = $P_3(0)$ = $C_3^0(0,5)^0(0,5)^{3-0}=0,125$,

P(X = 1) = $P_3(1)$ = $C_3^1(0,5)^1(0,5)^{3-1}=0,375$,

P(X = 2) = $P_3(2)$ = $C_3^2(0,5)^2(0,5)^{3-2}=0,375$,

P(X = 3) = $P_3(3)$ = $C_3^3(0,5)^3(0,5)^{3-3}=0,125$,

Ta có bảng phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên X là:

X	0	1	2	3
P	0,125	0,375	0,375	0,125

Bài tập tương tự:

Bài 7: Xác suất bắn trúng hồng tâm của một người bắn cung là 0,2. Người đó bắn liên tiếp 3 lần, gọi X là số lần bắn trúng hồng tâm. Lập bảng phân phối xác suất của X.

4. Bài tập mẫu:

Bài 8: Một xí nghiệp có hai ô tô vận tải hoạt động. Xác suất trong ngày làm việc các ô tô bị hỏng tương ứng là 0,1 và 0,2. Gọi X là số ô tô bị hỏng trong thời gian làm việc.

a/ Tìm quy luật phân phối xác suất của X.

b/ Tìm hàm phân phối xác suất.

c/ Tính E(X); D(X).

Hướng dẫn :

- Gọi X là số ôtô bị hỏng; X là biến NNRR, X có thể nhận 3 giá trị là 0; 1; 2.
- Gọi A_i = "Ôtô thứ i bị hỏng" (i = 1; 2).
- Biểu diễn các biến cố X = 0; X = 1; X = 2 qua các biến cố A_i và tìm xác suất của các biến cố đó.

Ta có $P(X=0)=P(\overline{A_1}.\overline{A_2})=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2})=0,9.0,8=0,72$

$$P(X=1)=P(A_1.\overline{A_2}+\overline{A_1}A_2)=P(A_1)P(\overline{A_2})+P(\overline{A_1})P(A_2)=0,1.0,8+0,9.0,2=0,26$$

$$P(X=2)=P(A_1.A_2)=P(A_1).P(A_2)=0,1.0,2=0,02$$

a. Bảng phân phối xác suất :

X	0	1	2
P	0,72	0,26	0,02

b. Hàm phân phối xác suất:

$+\ x\le 0: F(x)=P(V)=0$

$+0<x\le 1; F(x)=P(X=1)=0,72$

$+1<x\le 2; F(x)=P(X=1)+P(X=2)=0,98$

$+\ x>2; F(x)=P(U)=1$

Vậy $F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ 0,72 & 0<x\le 1\\ 0,98 & 1<x\le 2\\ 1 & x>2\end{cases}$

c.Tính: $E(X)=0.0,72+1.0,26+2.0,02=0,3$

$$D(X)=E(X^2)-E^2(X)=0,34-(0,3)^2=0,25$$

Bài tập tương tự:

Bài 9: Một thiết bị gồm 3 bộ phận hoạt động độc lập với nhau. Xác suất trong thời gian t các bộ phận bị hỏng tương ứng là 0,4; 0,2 và 0,3. Gọi X là số bộ phận bị hỏng.

a/ Tìm quy luật phân phối xác suất X.

b/ Tìm hàm phân phối F(x).

c/ Tính E(X); D(X).

Bài 10: Một người đi từ nhà đến cơ quan phải qua 3 ngã tư, xác suất để người đó gặp đèn đỏ ở các ngã tư tương ứng là: 0,2; 0,4 và 0,5. Hỏi thời gian trung bình phải ngừng trên đường là bao nhiêu. Biết rằng mỗi khi gặp đèn đỏ người đó phải dừng mất 30 giây.

Dạng 2.

Chứng minh một hàm số là hàm mật độ của biến ngẫu nhiên liên tục X.

*** Phương pháp giải:**

Chứng minh rằng hàm số đó thỏa mãn hai tính chất (i) và (iv) trong định lý 2.2.15:

$$i)\, f(\mathrm{x}) \ge 0$$

$$iv)\int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathrm{x})\,\mathrm{dx} = 1$$

Bài tập mẫu:

Bài 11: Chứng minh hàm số sau là hàm mật độ xác suất của một biến ngẫu nhiên liên tục X : $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{4},\ x\in(0;2) \\ 0\ ,\ x\notin(0;2) \end{cases}$

Hướng dẫn: Ta thấy: $+)\, f(x)\ge 0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

$$+)\int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathrm{x})\,\mathrm{dx} = \int_{-\infty}^{0} f(\mathrm{x})\,\mathrm{dx} + \int_{0}^{1} f(\mathrm{x})\,\mathrm{dx} + \int_{1}^{+\infty} f(\mathrm{x})\,\mathrm{dx}$$

$$= \int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{dx} + \int_{0}^{2} \frac{x^3}{4}\,\mathrm{dx} + \int_{2}^{+\infty} 0\,\mathrm{dx} = 1$$

Dạng 3:

Cho hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên liên tục X, tìm điều kiện của hằng số, tìm hàm mật độ xác suất, tìm $P(a < X < b)$, tính E(X), D(X).

*** Phương pháp giải:**

+) Để tìm hằng số ta áp dụng tính chất của hàm phân phối xác suất:

$$\lim_{x\to-\infty} F(x) = 0; \quad \lim_{x\to+\infty} F(x) = 1$$

+) Tìm hàm mật độ xác suất: $f(x) = F^{'}(x)$

+) Áp dụng công thức để tính: $P(a < X < b) = \mathrm{F(b)} - \mathrm{F(a)}$.

+) Áp dụng công thức để tính $E(\mathrm{X}) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(\mathrm{x})\,\mathrm{dx}$

+) Áp dụng công thức để tính $D(\mathrm{X}) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(\mathrm{x})\,\mathrm{dx} - \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x f(\mathrm{x})\,\mathrm{dx}\right]^2$

Bài tập mẫu:

Bài 12. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm phân phối xác suất:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ ax^3 - 3x^2 + 2x & 0 < x \le 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số a.

b/ Tìm E(x).

c/ Tìm xác suất để trong 3 lần lặp lại phép thử 1 cách độc lập có không quá 2 lần X nhận giá trị trong khoảng (0; 0,5) .

Hướng dẫn:

a. Ta có:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} F(x)=0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} F(x)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-}\left(a.x^3-3x^2+2x\right)=0 \\ \lim\limits_{x\to 1^+}\left(a.x^3-3x^2+2x\right)=1 \end{cases} \Leftrightarrow a=2$$

b. Ta có: $f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0 & x\notin(0;1) \\ 6x^2-6x+2 & x\in(0;1) \end{cases}$

$$E(X)=\int_0^1 x.\left(6x^2-6x+2\right)dx=\int_0^1\left(6x^3-6x^2+2x\right)dx=\left(6\frac{x^4}{4}-6\frac{x^3}{3}+x^2\right)\Bigg|_0^1=\frac{1}{2}$$

c. Gọi $p=P(0<X<\frac{1}{2})=F(\frac{1}{2})-F(0)=0,5$; $q=1-0,5=0,5$; n = 3,

Gọi A = "trong 3 lần lặp lại phép thử một cách độc lập có không quá 2 lần X nhận giá trị trong (0;1/2) "

$$P(A)=P_3(0;2)=\sum_{i=0}^{2}C_3^i p^i q^{3-i}$$

$$=C_3^0.0,5^0.0,5^3+C_3^1.0,5^1.0,5^2+C_3^2.0,5^2.0,5^1=0,875$$

Bài tập tương tự:

Bài 13. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm phân phối xác suất:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & , & x\le 2 \\ Cx-1 & , & 2<x\le 4 \\ 1 & , & x>4 \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số C.

b/ Tính $P(3/2<X<5/2)$?

c/ Tìm E(X), D(X).

Bài 14. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm phân phối xác suất:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & ,\ Khi\ x\le 0 \\ 1/2-k\cos x, & khi\ 0<x<\pi \\ 1 & ,\ khi\ x>\pi \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số k.

b/ Tìm $P(0<X<\pi/2)$.

c/ Tìm E(x).

Bài 15. Biến ngẫu liên tục X có hàm phân phối xác suất

$$F(x)=\begin{cases} 0 \quad , \quad x\le -\pi/12 \\ \dfrac{1}{2}+a\sin 6x \ , \quad -\pi/12 < x \le \pi/12 \\ 1 \quad , \quad x > \pi/12 \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số a.

b/ Tìm hàm mật độ xác suất.

c/ Tính xác suất để sau 3 lần lặp lại phép thử một cách độc lập có 1 lần X nhận giá trị trong $(0;\pi/24)$

Dạng 4:

Cho một hàm số là hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên liên tục X, tìm điều kiện của hằng số và tìm hàm phân phối xác suất của X.

*** Phương pháp giải:**

+ Để f(x) là hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên liên tục thì f(x) phải thỏa mãn hai tính chất:

$$i)\, f(\mathrm{x})\ge 0$$

$$iv)\int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathrm{x})\,\mathrm{dx}=1$$

Từ đó ta tìm ra điều kiện của hằng số.

+ Để tìm hàm phân phối F(x), ta áp dụng định lý 2.2.15: $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx$.

Bài tập mẫu:

Bài 16. Cho hàm số: $f(x)=\dfrac{A}{1+x^2}$

a. Hãy xác định hệ số A để f(x) là hàm mật độ xác suất của đại lượng ngẫu nhiên liên tục X nào đó.

b. Tìm hàm phân phối xác suất F(x) tương ứng.

c. Tính P(-1 < X < 1).

Hướng dẫn:

a. + Để f(x) ≥ 0 thì A ≥ 0

+ Xét $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1 \Leftrightarrow A\left[\lim_{a\to-\infty}\int_a^0 \frac{1}{1+x^2}dx+\lim_{b\to+\infty}\int_0^b \frac{1}{1+x^2}dx\right]=1$

$$\Leftrightarrow A\left[\lim_{a\to-\infty} \mathrm{arctanx}\Big|_a^0+\lim_{b\to+\infty}\mathrm{arctanx}\Big|_0^b\right]=1$$

$$\Leftrightarrow A(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2})=1\Leftrightarrow A\pi=1\Leftrightarrow A=\frac{1}{\pi}$$

b) *Ta có*: $\displaystyle F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{x}\frac{dx}{1+x^2}=\frac{1}{\pi}\lim_{a\to-\infty}\int_a^x\frac{dx}{x^2+1}=\frac{1}{\pi}\lim_{a\to-\infty}\mathrm{arctg}x\Big|_a^x$

$$=\frac{1}{\pi}\lim_{a\to-\infty}(\arctan x-\arctan a)=\frac{1}{\pi}(\arctan x+\frac{\pi}{2})$$

c) $P(-1<X<1)=F(1)-F(0)=\frac{1}{\pi}\left(\arctan 1+\frac{\pi}{2}-\arctan 0-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{4}$

Bài 17. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases} a(x^3+2x+1), & khi\, x\in[0;4] \\ 0, & khi\, x\notin[0;4] \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số a?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$?

c/ Tính $P(1<X<3)$?

Hướng dẫn:

a. Theo tính chất của hàm mật độ:

$$\begin{cases} f(x)\ge 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge 0 \\ a\int_0^4 \left(x^3+2x+1\right)dx=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge 0 \\ a=\frac{1}{84} \end{cases} \Leftrightarrow a=\frac{1}{84}$$

b. Ta có: $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx$

$$+x\le 0; F(x)=\int_{-\infty}^{x} 0.dx=0$$

$$+0\le x\le 4; F(x)=\int_{-\infty}^{1} 0.dx+\int_1^x \frac{1}{84}\left(x^3+2x+1\right)dx=\frac{1}{84}\left(\frac{x^4}{4}+x^2+x\right)$$

$$+x>4; F(x)=\int_{-\infty}^{1} 0dx+\int_1^4 \frac{1}{84}(x^3+2x+1)dx+\int_4^x 0dx=1$$

Vậy $F(x)=\begin{cases} 0 & x\le 0 \\ \frac{1}{84}\left(\frac{x^4}{4}+x^2+x\right) & 0<x\le 2 \\ 1 & x>2 \end{cases}$

c. Tính: $P(1<x<3)=\frac{1}{84}\int_1^3\left(x^3+2x+1\right)dx=\frac{1}{84}\left(\frac{x^4}{4}+x^2+x\right)\Big|_1^3=\frac{30}{84}$

Bài tập tương tự:

Bài 18. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases} a.\cos 2x, & khi\;\; x\in(0;\pi/4) \\ 0, & khi\;\; x\notin(0;\pi/4) \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số a.

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$.

c/ Tính $E(X)$.

Bài 19. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{6}{5}x(x-1) & khi\ x\in[1;2]\\ 0 & khi\ x\notin[1;2]\end{cases}$$

a/ Tìm hàm phân phối $F(x)$.

b/ Tính $E(X)$.

c/ Tính xác suất P(0 <X <1.5).

Bài 20. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases}k\,x(4-x^2), & khi\ x\in(0;2)\\ 0\ , & khi\ x\notin(0;2)\end{cases}$$

a/ Tìm hệ số k ?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$?

c/ Tính $E(X)$?

Bài 21. Cho X là biến NN liên tục với hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases}kx^2(1-x)\ , & khi\,x\in[0;1]\\ 0\ , & khi\,x\notin[0;1]\end{cases}$$

a/ Tìm hệ số k?

b/ Tìm hàm phân phối $F(X)$?

c/ Tìm $P(-0,5<X<0,5)$

Bài 22. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases}k\,x^2(4-x), & khi\ x\in[0;4]\\ 0\ , & khi\ x\notin[0;4]\end{cases}$$

a/ Tìm hệ số k ?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$?

c/ Tính $E(X)$?

Bài 23. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases}k\,(1-x^2), & khi\,x\in(-1;1)\\ 0\ , & khi\,x\notin(-1;1)\end{cases}$$

a/ Tìm hệ số k ?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$?

c/ Tính $E(X)$?

Bài 24. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases}k\,(x-x^2), & khi\ x\in(0;1)\\ 0\ , & khi\ x\notin(0;1)\end{cases}$$

a/ Tìm hệ số k ?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$

c/ Tính $P(1/4 < X < 1/2)$?

Bài 25. Cho X là biến NN liên tục với hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} kx(2-x) & , \quad khi\, x \in [0;2] \\ 0 & , \quad khi\, x \notin [0;2] \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số k?

b/ Tìm E(X)?

c/ Tìm P(1 < X < 3)?

Bài 26. Cho đại lượng ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases} a(2-x)^2, & khi\ x \in (0;2) \\ 0 & , khi\ x \notin (0;2) \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số a?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$?

c/ Tính $E(X)$?

Bài 27. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} 2a(x-1), & khi\ x \in [1;3] \\ 0 & , khi\ x \notin [1;3] \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số a?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$?

c/ Tính $P(1/2 < X < 3/2)$?

Bài 28. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \notin [2;4] \\ A.(x-2)(4-x) & , \quad x \in [2;4] \end{cases}$$

a/ Tìm hằng số A?

b/ Tìm hàm phân phối xác suất F(x)?

c/ Tính E(X) và D(X).

Bài 29. Nhu cầu hàng năm về loại hàng A là biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất như sau (đơn vị: ngàn sản phẩm):

$$f(x) = \begin{cases} k(30-x) & , \quad x \in (0,30) \\ 0 & , \quad x \notin (0, 30) \end{cases}$$

a/ Tìm k.

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$.

c/ Tìm nhu cầu trung bình hàng năm về loại hàng đó.

Bài 30. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases} C.\sin 2x, & khi\ x \in (0;\pi/2) \\ 0 & , khi\ x \notin (0;\pi/2) \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số C?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$?

c/ Tính $E(X)$?

Bài 31. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{C}{4+x^2}, & khi\ x\in(-2;2) \\ 0, & khi\ x\notin(-2;2) \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số C?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$?

c/ Tính $P(0<X<2/\sqrt{3})$?

Bài 32. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases} A.\sin^2 x, & khi\ x\in(0;\pi) \\ 0, & khi\ x\notin(0;\pi) \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số A?

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$?

c/ Tính $P(\pi/4<X<\pi/2)$?

Bài 33. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases} k.\cos x, & khi\ x\in[-\pi/4;\pi/4] \\ 0, & khi\ x\notin[-\pi/4;\pi/4] \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số k.

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$.

c/ Tính $P(0<X<\pi/2)$.

Bài 34. Biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases} 2\cos ax, & khi\, x\in(-\pi/2a;\pi/2a) \\ 0, & khi\, x\notin(-\pi/2a;\pi/2a) \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số a.

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$.

c/ Tính $E(X)$.

Bài 35. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x)=\begin{cases} A\sin\dfrac{x}{2}, & khi\ x\in[0,\pi] \\ 0, & khi\ x\notin[0,\pi] \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số A?

b/ Tìm hàm phân phối xác suất F(x)?

c/ Tính $E(X)$

Bài 36. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x)=\begin{cases} A\cos^2 x & , \quad x\in(-\pi/2,\ \pi/2) \\ 0 & , \quad x\notin(-\pi/2,\ \pi/2) \end{cases}$$

a/ Tìm hệ số A.

b/ Tìm hàm phân phối $F(x)$.

c/ Tìm xác suất để trong 3 phép thử độc lập có 2 lần X nhận giá trị trong khoảng $(0,\ \pi/4)$.

Dạng 5.

Cho biến ngẫu nhiên X tuân theo quy luật phân phối chuẩn $N(\mathrm{a},\sigma^2)$. Tính $P(\alpha < \mathrm{X} < \beta)$, trong đó $(\alpha;\beta)$ là khoảng cho trước bất kì.

*** Phương pháp giải:**

- Áp dụng công thức 2.3: $P(\alpha < \mathrm{X} < \beta) = \Phi(\dfrac{\beta - a}{\sigma}) - \Phi(\dfrac{\alpha - a}{\sigma})$

- Tra bảng phụ lục 1(Bảng giá trị của hàm Laplace).

Bài tập mẫu:

Bài 37. Đường kính của một loại chi tiết do một máy sản xuất có phân phối chuẩn, kì vọng 20 mm, phương sai 0,04 mm . Tính xác suất để lấy ngẫu nhiên một chi tiết có đường kính trong khoảng 19.9 mm đến 20.3 mm.

Hướng dẫn giải:

Gọi X là biến ngẫu nhiên liên tục chỉ đường kính của một loại chi tiết do một máy sản xuất. Theo giả thiết X có phân phối chuẩn N(20, 0.04).

Xác suất để lấy ngẫu nhiên một chi tiết có đường kính trong khoảng từ 19,9 mm đến 20,3 mm là:

$$P(19,9 < X < 20,3) = \Phi\left(\frac{20,3-20}{0,2}\right) - \Phi\left(\frac{19,9-20}{0,2}\right) = \Phi(1,5) + \Phi(0,5) = 0,6247\ .$$

Bài 38. Đường kính của một loại chi tiết do một máy sản xuất có phân phối chuẩn, kì vọng 20 mm, phương sai 0,04 mm. Tính xác suất để lấy ngẫu nhiên một chi tiết có đường kính sai khác với kì vọng không quá 0.3 mm.

Hướng dẫn giải:

Gọi X là biến ngẫu nhiên liên tục chỉ đường kính của một loại chi tiết do một máy sản xuất. Theo giả thiết X có phân phối chuẩn N(20, 0.04).

Áp dụng công thức 2.4, ta có xác suất để lấy ngẫu nhiên một chi tiết có đường kính sai khác với kỳ vọng không quá 0,3 mm là:

$$P\left(\left|X-20\right| < 0,3\right) = 2\,\Phi\left(\frac{0,3}{0,2}\right) = 2\Phi\left(1,5\right) = 0,8664$$

Bài tập tương tự:

Bài 39. Kích thước chi tiết do một máy sản xuất ra là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với kỳ vọng 5cm và độ lệch tiêu chuẩn 0,81cm. Tính xác suất để lấy ngẫu nhiên một chi tiết có kích thước từ $4cm$ đến $7cm$.

Bài 40. Chiều dài của một loại chi tiết do một máy sản xuất có phân phối chuẩn, kì vọng 25 mm, phương sai 0,04 mm . Tính xác suất để lấy ngẫu nhiên một chi tiết có chiều dài sai khác với kì vọng không quá 0.3 mm.

Bài 41. Kích thước chi tiết do một máy sản xuất ra là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với kỳ vọng 10 cm và độ lệch tiêu chuẩn 0,81cm. Tính xác suất để lấy ngẫu nhiên một chi tiết có kích thước từ 9 cm đến 12 cm.

Bài 42. Đại lượng ngẫu nhiên X tuân theo quy luật phân phối chuẩn với kỳ vọng là 10 và độ lệch tiêu chuẩn là 2. Tính xác suất để X nhận giá trị trong khoảng $(8;12)$.

Bài 43. Chiều dài của một loại chi tiết do một máy sản xuất có phân phối chuẩn, kì vọng 30 mm, phương sai 0,09 mm . Tính xác suất để lấy ngẫu nhiên một chi tiết có chiều dài trong khoảng 29.9 mm đến 30.3 mm.

Bài 44. Trọng lượng của một con lợn khi xuất chuồng là một ĐLNN có phân phối chuẩn với giá trị trung bình 80 kg và độ lệch tiêu chuẩn là 4 kg. Con lợn sẽ được đánh giá là chưa đạt tiêu chuẩn nếu có trọng lượng nhỏ hơn 40 kg. Tính xác suất để bắt ngẫu nhiên một con lợn là chưa đạt tiêu chuẩn.

Bài 45. Trọng lượng của một con bò là một ĐLNN có phân phối chuẩn với giá trị trung bình 250 kg và độ lệch tiêu chuẩn là 40 kg. Con bò sẽ được đánh giá là loại C nếu có trọng lượng nhỏ hơn 170 kg. Tìm xác suất để bắt ngẫu một con bò là loại C.

Bài 46. Chiều cao của một giống cây trồng 1 tháng tuổi ở 1 địa phương là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với kỳ vọng là 54,25 cm và độ lệch tiêu chuẩn là 5 cm. Một cây được coi là phát triển kém nếu có chiều cao nhỏ hơn $50cm$.Tìm tỷ lệ cây kém phát triển ở vùng đó.

Bài 47. Chiều cao của một giống cây trồng 1 tháng tuổi ở 1 địa phương là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với kỳ vọng là 54,25 cm và phương sai là 25 cm.

Tính $P(|X-54.25|<0.3)$.

PHẦN 2: THỐNG KÊ TOÁN

CHƯƠNG 3. CƠ SỞ LÝ THUYẾT MẪU

CÂU HỎI THẢO LUẬN

Câu 1. Hãy cho ví dụ về tổng thể nghiên cứu, dấu hiệu nghiên cứu và một mẫu ngẫu nhiên rút ra từ tổng thể đó?

Câu 2. Hãy phân tích các đặc điểm cơ bản của một mẫu ngẫu nhiên ra từ tổng thể nghiên cứu?

Câu 3. Nẫu ngẫu nhiên khác với mẫu cụ thể như thế nào?

Câu 4. Một công ty điện lực phát các phiếu điều tra cho khách hàng với các câu hỏi sau đây:

a) Tuổi của chủ hộ.

b) Giới tính của chủ hộ.

c) Số người trong hộ.

d) Có dùng điện để đun nấu không.

e) Nếu có thì bình quân đun nấu mấy giờ một ngày.

f) Thu nhập của hộ gia đình.

g) Tiền điện bình quân hàng tháng phải trả.

Hãy dùng các biến ngẫu nhiên để đặc trưng cho các câu hỏi trên và cho biết chúng là các biến định tính hay định lượng.

Câu 5. Hãy phân biệt hàm phân phối thực nghiệm $F_n(x)$ và hàm phân phối chính xác $F(x)$ của biến ngẫu nhiên X.

Câu 6. Biểu diễn số liệu bằng biểu đồ có ý nghĩa gì?

Câu 7. Có nhận xét gì về mẫu có độ lệch chuẩn bằng 0?

Câu 8. Cho biết ý nghĩa về các đặc trưng mẫu?

CHƯƠNG 4. ƯỚC LƯỢNG THAM SỐ

CÂU HỎI THẢO LUẬN

Câu 1. Cho biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn với $\sigma^2 = 1$. Hãy tìm mối liên hệ giữa độ tin cậy, độ chính xác của ước lượng và kích thước mẫu trong trường hợp ước lượng a bằng khoảng tin cậy đối xứng.

Câu 2. Với độ tin cậy 0,95, người ta ước lượng tham số θ của tổng thể nằm trong khoảng từ 62 đến 69. Từ đó có thể kết luận được rằng xác suất để θ nằm trong khoảng (62; 69) bằng 0,95 được không? Tại sao?

Câu 3. Một chủ cửa hàng muốn ước lượng bằng khoảng tin cậy với độ tin cậy 95% số khách hàng trung bình vào cửa hàng của ông mỗi ngày. Song khoảng tin cậy thu được thu được quá rộng nên mất ý nghĩa. Nếu chủ cửa hàng không muốn thay đổi độ tin cậy của ước lượng thì phải làm gì?

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

Bài 1. Trọng lượng của một loại trứng gà được cho bởi bảng số liệu sau:

X-Trọng lượng (g)	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Số quả	15	17	40	18	10

Bằng khoảng tin cậy đối xứng hãy ước lượng trọng lượng trung bình của loại trứng gà này với độ tin cậy 95%. Cho biết trọng lượng trứng gà là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 37,5; h = 5$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$

Bài 2. Kích thước của một loại sản phẩm do một máy tự động sản xuất ra là một đại lượng ngẫu nhiên tuân theo qui luật phân phối chuẩn. Sau khi kiểm tra 25 sản phẩm cụ thể ta thu được bảng số liệu sau:

Kích thước (cm)	20-22	22-24	24-26	26-28	30-32
Số sản phẩm	3	7	10	3	2

Hãy ước lượng kích thước trung bình của loại sản phẩm đó bằng khoảng tin cậy đối xứng với độ tin cậy 95%.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 25; h = 2$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

Bài 3. Để ước lượng năng suất trung bình của một giống lúa mới tại một vùng, người ta gặt ngẫu nhiên trên 50 thửa ruộng của vùng đó và thu được kết quả (tạ/ha):

Năng suất	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	70
Số thửa	2	3	2	6	4	4	8	6	4	3	4	3	1

Biết năng suất lúa là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Hãy ước lượng năng suất trung bình của giống lúa mới ở vùng đó với độ tin cậy 95%.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng tần số với các x_i cách đều: chọn $x_0 = 63; h = 1$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$

Bài 4. Để xác định giá trung bình đối với một loại hàng hoá trên thi trường, người ta điều tra ngẫu nhiên tại 100 cửa hàng thu được số liệu sau:

Giá (đồng)	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101
Số cửa hàng	5	8	13	14	30	11	8	6	4	1

Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng giá trung bình của loại hàng đó tại thời điểm đang xét. Biết rằng giá hàng hoá là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng tần số với các x_i cách đều: chọn $x_0 = 91; h = 2$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$

Bài 5. Với độ tin cậy 95%, hãy ước lượng lượng xăng hao phí trung bình cho một loại xe ôtô chạy từ A đến B nếu chạy thử 30 lần trên đoạn đường này người ta ghi nhận được lượng xăng hao phí như sau:

Lượng xăng hao phí(lít)	9,6-9,8	9,8-10,0	10,0-10,2	10,2-10,4	10,4-10,6
Số lần tương ứng	3	5	10	8	4

Biết lượng xăng hao phí là ĐLNN tuân theo qui luật chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 10,1; h = 0,2$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

Bài 6. Cân thử 100 quả trứng ta có kết quả sau:

X (g)	150	160	165	170	180	185
Số quả	4	20	25	30	15	6

Tìm khoảng ước lượng cho khối lượng trung bình của trứng với độ tin cậy 95%. Biết rằng khối lượng trúng là ĐLNN tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng tần số với các x_i cách đều: chọn $x_0 = 170; h = 5$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$

Bài 7. Để định mức thời gian gia công một chi tiết máy, người ta theo dõi ngẫu nhiên quá trình gia công 25 chi tiết và thu được số liệu sau:

Thời gian gia công (phút)	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25	25-27
Số chi tiết máy tương ứng	1	3	4	12	3	2

Bằng khoảng tin cậy đối xứng hãy ước lượng thời gian gia công trung bình một chi tiết máy với độ tin cậy 95%. Giả thiết thời gian gia công chi tiết là ĐLNN tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 22; h = 2$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

Bài 8. Đo chỉ số mỡ sữa của 100 con bò lai Hà - Ấn F_1 ta được bảng số liệu sau:

Chỉ số mỡ sữa (X)	3,0-3,6	3,6-4,2	4,2-4,8	4,8-5,4	5,4-6,0	6,0-6,6	6,6-7,2
Số bò lai	2	8	30	35	15	7	3

Hãy ước lượng chỉ số mỡ sữa trung bình của giống bò lai trên với độ tin cậy 95%. Giả thiết chỉ số mỡ sữa là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 5,1; \quad h = 0,6$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\bar{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \bar{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$

Bài 9. Đo áp lực X (tính bằng kg/cm^2) của 18 thùng chứa ta được bảng kết quả sau:

X	19,6	19,5	19,9	20,0	19,8	20,5	21,0	18,5	19,7
Số thùng	1	2	2	4	2	3	2	1	1

Với độ tin cậy 99% hãy tìm khoảng ước lượng đối xứng của áp lực trung bình của thùng trên. Biết rằng áp lực là ĐLNN có phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\bar{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}}; \bar{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

Bài 10. Để xác định giá trung bình đối với một loại hàng hoá trên thị trường, người ta điều tra ngẫu nhiên tại 100 cửa hàng và thu được số liệu sau:

Giá (đồng) X	81	85	87	89	91	93	95	97	99	101
Số cửa hàng (m_i)	3	10	13	15	30	12	7	6	3	1

Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng giá trung bình của loại hàng đó tại thời điểm đang xét bằng khoảng tin cậy đối xứng. Biết rằng giá của hàng hoá là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng tần số với các x_i cách đều: chọn $x_0 = 91; h = 2$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\bar{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \bar{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$

Bài 11. Để xác định chiều cao trung bình của các cây bạch đàn, người ta tiến hành đo ngẫu nhiên 35 cây và có bảng số liệu:

Chiều cao (X-mét)	6,5-7,0	7,0-7,5	7,5-8,0	8,0-8,5	8,5-9,0	9,0-9,5
Số cây	2	4	10	11	5	3

Với độ tin cậy 95% có thể nói chiều cao trung bình của các cây đàn nằm trong khoảng nào. Giả thiết chiều cao của cây bạch đàn là ĐLNN tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 8,25;\ \ h = 0,5$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$

Bài 12. Có số liệu về trọng lượng của loại trứng gà như ở bảng dưới đây. Bằng khoảng tin cậy đối xứng hãy ước lượng trọng lượng trung bình của loại trứng gà này với độ tin cậy 0,95. Giả thiết trọng lượng trứng gà là ĐLNN tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Trọng lượng (X-gam)	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Số quả	2	3	10	8	2

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 37,5; h = 5$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

Bài 13. Điều tra doanh số hàng tháng của 100 hộ kinh doanh một loại hàng, có bảng số liệu:

Doanh số (X-triệu đồng)	11,5	11,6	11,7	11,8	11,9	12,0
Số hộ tương ứng	10	15	20	30	15	10

Bằng khoảng tin cậy đối xứng hãy ước lượng doanh số trung bình hàng tháng của các hộ kinh doanh mặt hàng này với độ tin cậy 95%. Giả thiết doanh số là ĐLNN tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng tần số có các x_i cách đều: chọn $x_0 = 11,8; h = 0,1$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

Bài 14. Đo độ chịu lực của 200 mẫu bê tông người ta thu được kết quả trong bảng sau:

Độ chịu lực (X-kg/cm^2)	190-200	200-210	210-220	220-230	230-240	240-250
Số mẫu bê tông	10	26	56	64	30	14

Hãy ước lượng độ chịu lực trung bình của bê tông với độ tin cậy 0,95. Biết rằng độ chịu lực của bê tông là ĐLNN tuân theo quy luật chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 225; h = 10$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

.**Bài 15.** Lấy 50 con sợi để xác định độ bền trung bình, ta có số liệu sau:

Độ bền (X-kg/cm^2)	0,6-0,8	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,4	1,4-1,6	1,6-1,8	1,8-2,0	2,0-2,2	2,2-2,4
Số con sợi	1	2	7	10	11	9	6	3	1

Hãy ước lượng độ bền trung bình của loại sợi này bằng khoảng tin cậy đối xứng với hệ số tin cậy 0,95. Giả thiết độ bền của sợi là ĐLNN tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 1,5; h = 0,2$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

Bài 16. Điều tra doanh 365 điểm trồng lúa của một huyện có bảng số liệu:

Năng suất (X-ta/ha)	25	30	33	34	35	36	37	39	40
Số điểm trồng lúa	6	13	38	74	106	85	30	10	3

Với độ tin cậy 95% có thể nói năng suất lúa trung bình của huyện nằm trong khoảng nào. Giả thiết năng suất lúa là ĐLNN tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} U_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

Bài 17. Kích thước của một loại sản phẩm do một máy tự động sản xuất ra là một đại lượng ngẫu nhiên tuân theo qui luật phân phối chuẩn. Sau khi kiểm tra 25 sản phẩm cụ thể ta thu được bảng số liệu sau:

Kích thước (cm)	20-22	22-24	24-26	26-28	30-32
Số sản phẩm	3	7	10	3	2

Hãy ước lượng kích thước trung bình của loại sản phẩm đó bằng khoảng tin cậy đối xứng với độ tin cậy 95%.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán ước lượng kỳ vọng toán khi chưa biết phương sai. Bảng số liệu mẫu là loại bảng phân lớp: chọn $x_0 = 25; h = 2$. Dùng khoảng tin cậy đối xứng: $(\overline{x} - \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}}; \overline{x} + \frac{s'}{\sqrt{n}} t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}})$.

Chương 5. KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ

CÂU HỎI THẢO LUẬN

Hãy phát biểu cặp giả thuyết thống kê cho các tình huống sau đây:

1. Một nhà máy sản xuất kẹo tuyên bố là trọng lượng trung bình của mỗi gói kẹo là 500 gram. Kiểm tra ngẫu nhiên 500 gói kẹo tìm được trọng lượng trung bình mỗi gói là 450 gram và độ lệch chuẩn là 100 gram.

2. Một nhà máy sản suất tủ lạnh tuyên bố tỉ lệ tủ lạnh phải bảo hành khi sử dụng không vượt quá 3%. Theo dõi ngẫu nhiên 170 tủ lạnh đấn thấy có 12 chiếc phải bảo hành.

3. Trước chiến dịch quảng cáo, điều tra ngẫu nhiên 10 tuần tìm được doanh số trung bình đối với một loại mỹ phẩm là là 35 triệu/tuần và độ lệch chuẩn là 4 triệu.

4. Ở địa phương A, xét nghiệm ngẫu nhiên 500 người thấy có 50 người có kí sinh trùng sốt rét. Ở địa phương B, xét nghiệm ngẫu nhiên 1000 người thấy có 120 người có kí sinh trùng sôt rét.

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

Bài 1. Hàm lượng đường trung bình của một loại trái cây lúc đầu là 5%. Người ta chăm bón bằng một loại phân N và sau một thời gian kiểm tra một số trái cây được kết quả sau:

Hàm lượng X(%)	1-5	5-9	9-13	13-17	17-21	21-25	25-29	29-33	37-41
Số trái	51	47	39	36	32	8	7	3	2

Hãy cho kết luận về loại phân N trên với mức ý nghĩa 5%. Giả thiết hàm lượng đường của loại trái cây trên là ĐLNN tuân theo quy luật chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán kiểm định giả thuyết về giá trị trung bình của tổng thể.

Đặt giả thuyết H_0: a = 5; Đối thuyết H_1: a > 5. Dùng miền bác bỏ bên phải để kết luận về điều nghi ngờ.

Bài 2. Đo chỉ số mỡ sữa của 130 con bò lai Hà - Ấn F_1 ta được bảng số liệu sau:

Chỉ số mỡ sữa (X)	3,0 3,6	3,6 4,2	4,2 4,8	4,8 5,4	5,4 6,0	6,0 6,6	6,6 7,2
Số bò lai	2	8	35	43	22	15	5

Biết rằng chỉ số mỡ sữa trung bình của giống bò lai thuần chủng là 4,95. Với mức ý nghĩa 1% hãy cho kết luận về hiệu quả của việc lai giống.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán kiểm định giả thuyết về giá trị trung bình của tổng thể. Đặt giả thuyết H_0: a = 4,95; Đối thuyết H_1: a # 4,95. Dùng miền bác bỏ hai phía và kết luận về điều nghi ngờ.

Bài 3. Định mức thời gian hoàn thành một sản phẩm là 14 phút. Có cần thay đổi định mức không, nếu theo dõi thời gian hoàn thành một sản phẩm ở 25 công nhân ta thu được bảng số liệu sau:

Thời gian để SX 1 sản phẩm (phút)	10-12	12-14	14-16	16-18	20-22
Số công nhân tương ứng	3	6	10	4	2

Yêu cầu kết luận với mức ý nghĩa α = 0,05 biết rằng thời gian hoàn thành một sản phẩm là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán kiểm định giả thuyết về giá trị trung bình của tổng thể. Đặt giả thuyết H_0: a = 14; Đối thuyết H_1: a # 14. Dùng miền bác bỏ hai phía và kết luận về điều nghi ngờ.

Bài 4. Định mức cũ để sản xuất một sản phẩm là 20 phút. Nay do cải tiến kỹ thuật, người ta sản xuất thử 100 sản phẩm và thu được số liệu:

Thời gian sản xuất 1 sản phẩm (X - phút)	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22
Số sản phẩm tương ứng	6	10	24	30	18	12

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ có thể nói rằng việc cải tiến kỹ thuật giảm bớt thời gian sản xuất một sản phẩm hay không? Biết rằng thời gian sản xuất một sản phẩm là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán kiểm định giả thuyết về giá trị trung bình của tổng thể. Đặt giả thuyết H_0: a = 20; Đối thuyết H_1: a < 20. Dùng miền bác bỏ bên trái và kết luận về điều nghi ngờ.

Bài 5. Mức hao phí xăng (X) cho một loại xe ôtô trên đoạn đường AB là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với kỳ vọng là 50 lít. Do đoạn đường được tu sửa lại, người ta cho rằng mức hao phí xăng trung bình đã giảm xuống. Quan sát 100 chuyến xe chạy trên đoạn đường AB thu được bảng số liệu:

Mức xăng hao phí (lít)	48,5-49,0	49,0-49,5	49,5-50,0	50,0-50,5	50,5-51,0
Số chuyến xe	15	17	40	18	10

Với mức ý nghĩa α = 0,05, hãy kết luận về ý kiến nêu trên.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán kiểm định giả thuyết về giá trị trung bình của tổng thể. Đặt giả thuyết H_0: a = 50; Đối thuyết H_1: a < 50. Dùng miền bác bỏ bên trái và kết luận về điều nghi ngờ.

Bài 6. Kiểm tra các gói đường loại 1kg trong một siêu thị ta có kết quả:

Khối lượng (X-kg)	0,95	0,96	0,97	0,99	1,00	1,01	1,03	1,05
Số gói	19	30	32	8	2	3	5	1

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ có thể kết luận việc đóng gói đảm bảo yêu cầu hay không. Biết rằng khối lượng các gói đường là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo qui luật phân phối chuẩn.

Hướng dẫn giải: Đây là bài toán kiểm định giả thuyết về giá trị trung bình của tổng thể. Đặt giả thuyết H_0: a = 1; Đối thuyết H_1: a < 1. Dùng miền bác bỏ bên trái và kết luận về điều nghi ngờ

CHƯƠNG 6. TƯƠNG QUAN VÀ HỒI QUY

CÂU HỎI THẢO LUẬN

Câu 1. Mô tả ý nghĩa của hệ số tương quan khi nó nhận giá trị âm và khi nó nhận giá trị dương, độ lớn của hệ số tương quan mẫu r?

Câu 2. Hệ số tương quan mẫu r sẽ nhận giá trị dương hay âm nếu giả thiết tất cả các điểm của biểu đồ phân tán đều nằm trên đường thẳng có:

i) Hệ số góc dương;

ii) Hệ số góc âm;

Câu 3. Cho bảng số liệu:

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	2	2	3	4	4

i) Háy vẽ biểu đồ phân tán cho số liệu trên.

ii) Dựa trên biểu đồ phân tán hãy xác định dấu của hệ số tương quan mẫu?

Câu 4. Hãy giải thích ý nghĩa của độ dốc của đường hồi quy bình phương trung bình tuyến tính thực nghiệm?

Câu 5. Cho bảng số liệu:

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	5,6	4,6	4,5	3,7	3,2	2,7

i) Hãy viết phương trình đường hồi quy bình phương trung bình tuyến tính thực nghiệm cho dữ liệu trên.

ii) Sử dụng phương trình đó tiên đoán giá trị của y khi x = 3,5.

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

Bài 1. Cho bảng tương quan thực nghiệm 2 chiều:

X \ Y	25	28	31	34	37
50	1	3			
55		2	6	1	
60		1	5	5	
65		1	6	7	2
70			1	4	2
75				1	1
80					1

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 65$, $h_x = 5$ và $y_0 = 34$, $h_y = 3$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 2. Cho bảng tương quan thực nghiệm 2 chiều:

Y \ X	100	200	300	400	500
26	8	6			
30	2	10	4		
34		4	26	6	
38			5	10	7
42				4	8

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 300, hx = 100 và y0 = 34, hy = 4

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$; b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 3. Cho bảng tương quan giữa X và Y như sau:

X \ Y	30	35	40	45	50
2	1				
4	1	3	1	2	
6		1	2	3	
8			2	1	1
10					2

a/ Hãy tính hệ số tương quan mẫu.

b/ Tìm phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 6$, $h_x = 2$ và $y_0 = 45$, $h_y = 5$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 4. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều:

X \ Y	30	35	40	45	50

12	1				
14	1	3	1	2	
16		1	2	3	
18			2	1	1
20					2

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 16$, $h_x = 2$ và $y_0 = 45$, $h_y = 5$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 5. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều sau:

X \ Y	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
100				2	3
200			3	6	2
300		4	6	3	
400	1	6	4	1	
500	6	3			

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 300, hx = 100 và y0 =3,0, hy = 0,5

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$; b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 6. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều sau:

Y \ X	24	27	30	33	36
120	1	3			
125		2	6	1	
130		1	5	5	
135		1	6	7	2
140			1	4	2
145				1	1
150					1

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 33$, $h_x = 3$ và $y_0 = 135$, $h_y = 5$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 7. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều:

Y \ X	50	100	150	200	250
100				4	4
110		2	6	1	1
120	1	4	2		
130	3		1		1

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 150, hx = 50 và y0 = 110, hy = 10

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 8. Cho bảng tương quan thực nghiệm 2 chiều:

Y \ X	50	100	150	200	250
200				4	4
210		2	6	1	1
220	1	4	2		
230	3		1		1

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x_0 = 150, h_x = 50 và y_0 = 210, h_y = 10

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 9. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều:

Y \ X	10	20	30	40	50	60

15	5	7				
25		20	23			
35			30	47	2	
45			10	11	20	6
55				9	7	3

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 40$, $h_x = 10$ và $y_0 = 35$, $h_y = 10$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 10. Cho bảng tương quan giữa X và Y như sau:

X \ Y	2	4	6	8	10
10				2	3
20			3	6	2
30		4	6	3	
40	1	6	4	1	
50	6	3			

a/ Hãy tính hệ số tương quan mẫu.

b/ Tìm phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 30$, $h_x = 10$ và $y_0 = 6$, $h_y = 2$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$; b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 11. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều:

Y \ X	10	11	12	13
5				2
4			1	2
3		2	2	
2		1	2	
1	2	1		

a/ Hãy tính hệ số tương quan mẫu.

b/ Tìm phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 11$, $h_x = 1$ và $y_0 = 3$, $h_y = -1$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 12. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều sau:

X \ Y	20	30	40	50	60
120	1	3			
130		2	6	1	
140		1	5	5	
150		1	6	7	2
160			1	4	2
170				1	1
180					1

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 150$, $h_x = 10$ và $y_0 = 50$, $h_y = 10$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 13. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều:

X \ Y	30	40	50	60	70
2	1				
4	1	3	1	2	
6		1	2	3	
8			2	1	1
10					2

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 6$, $h_x = 2$ và $y_0 =604$, $h_y = 10$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 14. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều sau:

Y \ X	2	3	4	5	6
100				2	3
200			3	6	2
300		4	6	3	
400	1	6	4	1	
500	6	3			

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 300, hx = 100 và y0 = 4, hy = 1

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dung công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 15. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều:

X \ Y	50	60	70	80	90
100				4	4
110		2	6	1	1
120	1	4	2		
130	3		1		1

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 70, hx = 10 và y0 = 110, hy = 10

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 16. Cho bảng tương quan thực nghiệm 2 chiều:

X \ Y	10	20	30	40
5				2
4			1	2

3		2	2	
2		1	2	
1	2	1		

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 20, hx = 10 và y0 = 3, hy = -1

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 17. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều:

Y \ X	10	20	30	40	50	60
25	5	7				
35		20	23			
45			30	47	2	
55			10	11	20	6
65				9	7	3

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 40, hx = 10 và y0 = 45, hy = 10

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$; b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 18. Cho bảng tương quan thực nghiệm 2 chiều:

X \ Y	5	6	7	9
10	8	2		
20	1	6	4	4
30			8	7
40			5	5

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 30, hx = 10 và y0 = 7, hy = 1

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$; b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 19. Kiểm tra hai môn toán và vật lý một nhóm 10 sinh viên được chọn ngẫu nhiên từ một lớp ta có kết quả sau:

Điểm toán (X)	7	6	7	10	4	5	7	8	8	9
Điểm vật lý (Y)	6	7	7	9	5	3	8	9	6	7

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải:

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{x.y} - \overline{x}.\overline{y}}{S_x S_y}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 20. Cho bảng tương quan thực nghiệm 2 chiều:

Y \ X	100	200	300	400	500
20	8	6			
30	2	10	4		
40		4	26	6	
50			5	10	7
60				4	8

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 300, hx = 10 0và y0 = 40, hy = 10

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 21. Số vi khuẩn Y sinh sản sau X giờ được ghi lại trong bảng sau qua một thí nghiệm:

Thời gian (X)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Số vi khuẩn (Y)(triệu)	30	32	35	40	48	52	58	62	69

a/ Hãy tính hệ số tương quan mẫu.

b/ Tìm phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải:

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{x.y} - \overline{x}.\overline{y}}{S_x S_y}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 22. Cho bảng tương quan thực nghiệm 2 chiều:

Y / X	5	6	7	9
1	8	2		
2	1	6	4	4
3			8	7
4			5	5

a/ Hãy tính hệ số tương quan mẫu.

b/ Tìm phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn $x_0 = 3$, $h_x = 1$ và $y_0 = 7$, $h_y = 1$

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 23. Cho bảng tương quan thực nghiệm 2 chiều:

X / Y	100	200	300	400	500
26	8	6			
30	2	10	4		
34		4	26	6	
38			5	10	7
42				4	8

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 300, hx = 100và y0 = 34, hy = 4

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

Bài 24. Cho bảng tương quan thực nghiệm hai chiều:

X / Y	50	100	150	200	250
100				4	4
110		2	6	1	1
120	1	4	2		
130	3		1		1

a/ Hãy tìm hệ số tương quan mẫu?

b/ Viết phương trình đường hồi qui tuyến tính thực nghiệm của Y theo X.

Hướng dẫn giải: Có thể chọn x0 = 150, hx = 50 0và y0 = 110, hy = 10

a, Sử dụng công thức $r = \dfrac{\overline{u.v} - \overline{u}.\overline{v}}{S_u S_v}$

b, Sử dụng công thức $y = r\dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y}$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Lý thuyết Xác suất và thống kê toán, Trường Đại học Kinh tế quốc dân, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, năm 1996

[2] Tập bài giảng Xác suất thống kê, Bộ môn Toán – Lý, trường Đại học Nông Lâm - Đại học Thái Nguyên, năm 2010.

[3] Đào Hữu Hồ, Xác suất thống kê, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia Hà Nội, 2001.

[4] A. R Hoshmand, Statistical Methods for Environmental and Agricultural Sciences, Second Edition, CRC Press, Boca Raton New York, 1998.

[5] A. B. Michael, Probability: The Science of Uncertainty with application to Investments, Insurance, and Engineering, American Mathematical Society, 2009.

[6] TS. Nguyễn Thái Ninh , Hướng dẫn giải bài tập xác suất và thống kê toán, Nhà xuất bản Thống kê, Hà Nội, 2002.

[7] Tống Đình Quỳ, Giáo trình xác suất thống kê, Nhà xuất bản Giáo dục, năm 2000

[8] Tống Đình Quỳ, Hướng dẫn giải bài tập xác suất thống kê, Nhà xuất bản Giáo dục, 1988.